

- > *with(plots) :*
- > *with(Physics[Vectors])*
- [&x, '+', '\', ChangeBasis, ChangeCoordinates, Component, Curl, DirectionalDiff, Divergence, Gradient, Identify, Laplacian, ∇ , Norm, ParametrizeCurve, ParametrizeSurface, ParametrizeVolume, Setup, diff, int] (1)
- > *Setup(mathematicalnotation = true)*
- [*mathematicalnotation = true*] (2)
- >

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ :

Για οποιοδήποτε Διάνυσμα $\vec{A}$ (Θέσεως, Ταχύτητας, Ροπής, Επιταχύνσεως, κλπ.) που είναι συνάρτηση του χρόνου t ισχύει η σχέση (A) .:

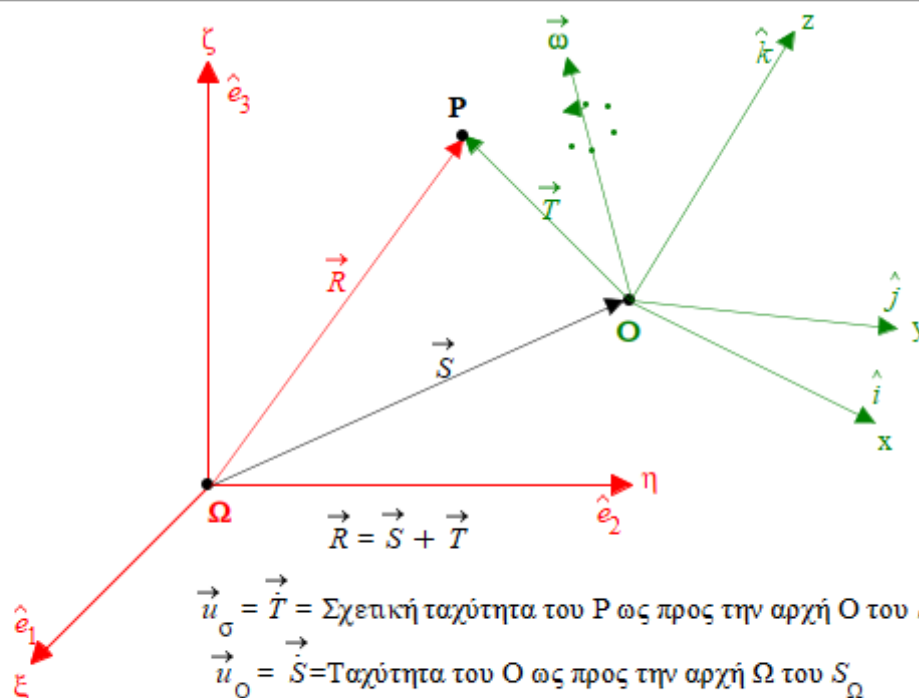
$$\left. \frac{d\vec{A}}{dt} \right|_{\Omega} = \left. \frac{d\vec{A}}{dt} \right|_O + \vec{\omega} \times \vec{A} \quad (A) \quad (\Omega \text{ Αδρανειακό Σύστημα, Αδρανειακός παρατηρητής}), (\text{Ο } \underline{MH} \text{ Αδρανειακό Σύστημα, } \underline{MH} \text{ Αδρανειακός παρατηρητής}), \underline{O} \equiv \Omega .$$

ΒΑΣΙΚΟ : Για ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ παρατηρητή τα Μοναδιαία Διανύσματα $\hat{\rho}, \hat{\phi}$ του ΜΗ Αδρανειακού συστήματος συντεταγμένων Μεταβάλλονται Συναρτήσει του Χρόνου .

Επομένως πρέπει να Υπολογίζουμε τις Παραγώγους των Μοναδιαίων Διανυσμάτων Συναρτήσει του Χρόνου .

ΒΑΣΙΚΟ : Για ΜΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ (περιστρεφόμενο) παρατηρητή τα Μοναδιαία Διανύσματα $\hat{i}, \hat{j}$ του Αδρανειακού συστήματος συντεταγμένων Μεταβάλλονται Συναρτήσει του Χρόνου .

Επομένως πρέπει να Υπολογίζουμε τις Παραγώγους των Μοναδιαίων Διανυσμάτων Συναρτήσει του Χρόνου .



$$\vec{R} = \vec{S} + \vec{T}$$

$$\vec{u}_\sigma = \vec{T} = \text{Σχετική ταχύτητα του P ως προς την αρχή O του } S_O$$

$$\vec{u}_O = \vec{S} = \text{Ταχύτητα του O ως προς την αρχή } \Omega \text{ του } S_\Omega$$

$$\vec{u}_\mu = \vec{u}_O + \vec{\omega} \times \vec{T} = \text{Μετοχική ταχύτητα του P}$$

$$\vec{U} = \vec{u}_\mu + \vec{u}_\sigma = \text{Απόλυτη ταχύτητα του P, ως προς το } S_\Omega$$

$$\vec{a}_\sigma = \vec{T} = \text{Σχετική Επιτάχυνση του P ως προς την αρχή O του } S_O$$

$$\vec{a}_O = \vec{S} = \text{Επιτάχυνση του O ως προς την αρχή } \Omega \text{ του } S_\Omega$$

$$\vec{a}_\mu = \vec{a}_O + \vec{\omega} \times \vec{T} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{T}) = \text{Μετοχική Επιτάχυνση του P}$$

$$\vec{A} = \vec{a}_\sigma + \vec{a}_\mu + 2 \cdot \vec{\omega} \times \vec{u}_\sigma = \text{Απόλυτη Επιτάχυνση του P, ως προς το } S_\Omega$$

$$\begin{aligned} \vec{A} &= \vec{a}_O + \text{diff}(\vec{u}_\sigma + \vec{\omega} \times \vec{T}) + \vec{\omega} \times (\vec{u}_\sigma + \vec{\omega} \times \vec{T}) = \\ &= \vec{a}_O + \vec{a}_\sigma + \vec{\omega} \times \vec{T} + \vec{\omega} \times \vec{u}_\sigma + \vec{\omega} \times \vec{u}_\sigma + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{T}) = \\ &= \vec{a}_O + \vec{a}_\sigma + \vec{\omega} \times \vec{T} + 2 \cdot \vec{\omega} \times \vec{u}_\sigma + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{T}) \end{aligned}$$

$$\vec{F} = m \cdot \vec{A} = \text{Συνισταμένη των δυνάμεων (κινούσα δύναμη) που ασκείται στο υλικό σημείο}$$

$$\vec{F}_c = -2m \cdot \vec{\omega} \times \vec{u}_\sigma = \text{Δύναμη Coriolis}$$

$$\vec{F}_\phi = -m \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{T}) = \text{Φυγόκεντρος Δύναμη}$$

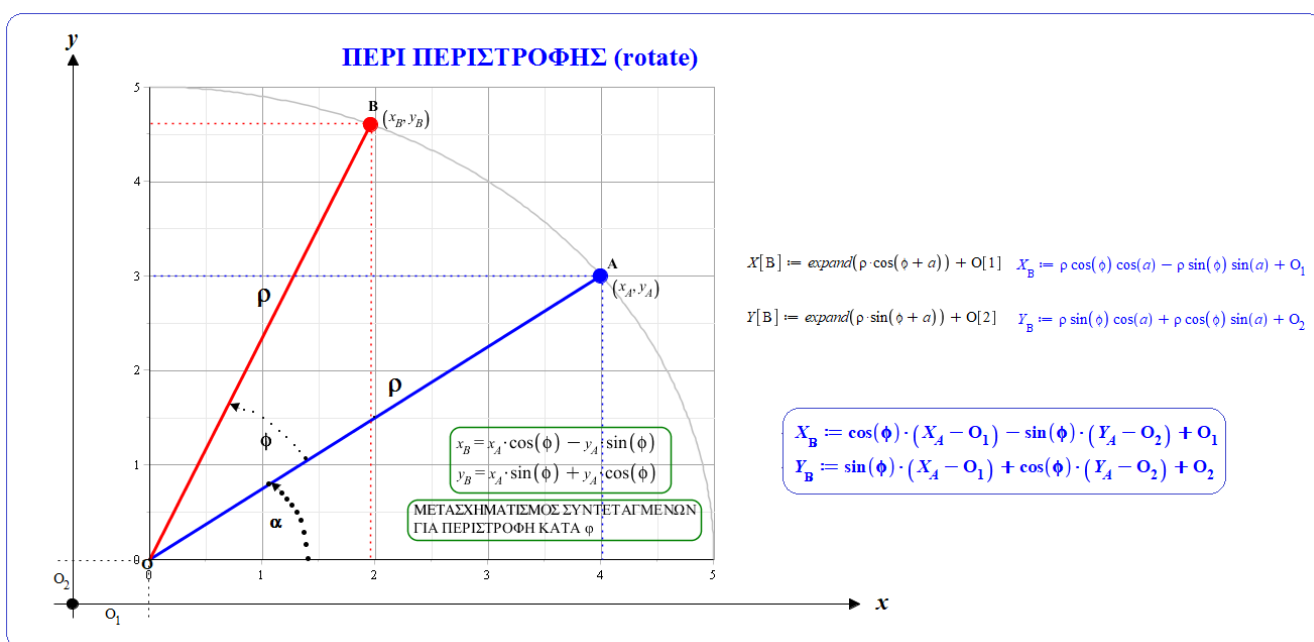
$$\vec{F}_E = -m \cdot \vec{\omega} \times \vec{T} = \text{Δύναμη Euler}$$

$$\vec{F}_A = -m \cdot \vec{a}_O = \text{Δύναμη d' Alembert}$$

ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ

Νίκης 9

ΒΕΡΟΙΑ



Θέμα :

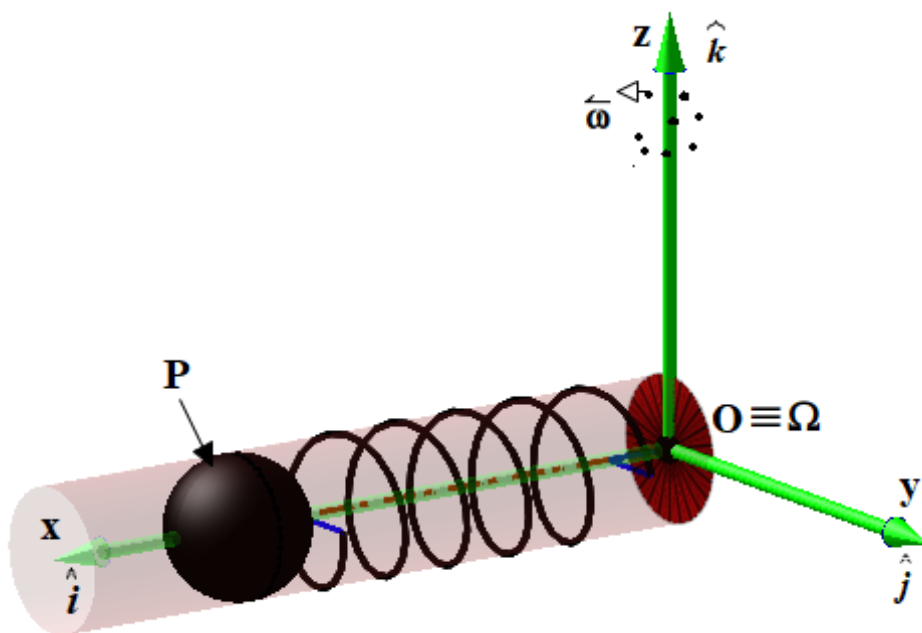
Υλικό σημείο **P** μάζας **m** ευρίσκεται εντός λείου οριζόντιου σωλήνα και συνδέεται στην ελεύθερη άκρη **αβαρούς** ελατηρίου με φυσικό μήκος **s** και ελατηριακή σταθερά **k**.

Το ελατήριο βρίσκεται εντός του περιστρεφόμενου με σταθερή γωνιακή ταχύτητα **|\omega|** γύρω από κατακόρυφο άξονα σωλήνα .

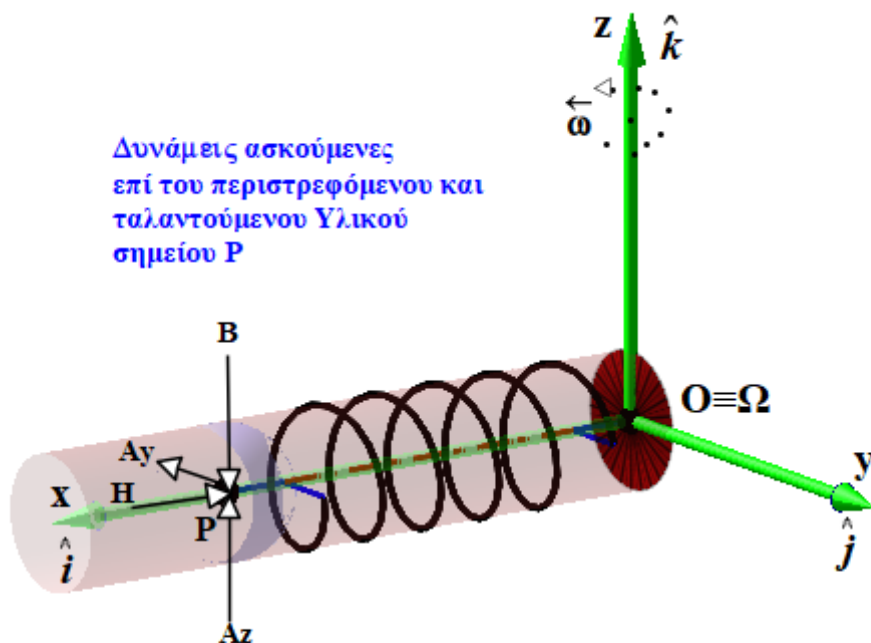
Ο άξονας περιστροφής διέρχεται από την αρχή των αξόνων $O(x,y,z)$.

1. Να ευρεθεί η θέση ισορροπίας του σωματιδίου P και οι αντιδράσεις του σωλήνα .

2. Αν το σωματίδιο εκτραπεί ελάχιστα από την θέση ισορροπίας του , να περιγραφεί η κίνησή του , όταν αφεθεί ελεύθερο .



Δυνάμεις ασκούμενες
επί του περιστρεφόμενου και
ταλαντούμενου Υλικού
σημείου P



B =βάρος του σωματιδίου P

$H=H$ δύναμη Hook η ασκούμενη από το ελατήριο στο σωματίδιο

$A=H$ δύναμη αντίδρασης από τον σωλήνα , η ασκούμενη στο σωματίδιο .

>

Λύση :

>

Έστωσαν B =βάρος του σωματιδίου P

$H=H$ δύναμη Hook η ασκούμενη από το ελατήριο στο σωματίδιο

$A=H$ δύναμη αντίδρασης από τον σωλήνα , η ασκούμενη στο

σωματίδιο .

$$\begin{aligned} & \omega_ := \omega \cdot k \\ & \vec{\omega} := \omega \hat{k} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & T_ := T(t) \cdot i \\ & \vec{T} := T(t) \hat{i} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & B_ := -m \cdot g \cdot k \\ & \vec{B} := -m g \hat{k} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & H_ := -k \cdot (T(t) - s) \cdot i \\ & \vec{H} := -k (T(t) - s) \hat{i} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & A_ := A_y \cdot j + A_z \cdot k \\ & \vec{A} := A_y \hat{j} + A_z \hat{k} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \omega_ := \omega \cdot k \\ & \vec{\omega} := \omega \hat{k} \end{aligned} \quad (8)$$

1a. ΕΙΣΩΣΕΙΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ S_0 ΜΗ

ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ-ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΗ

$$\begin{aligned} & u_[\sigma] := \text{diff}(T_ , t) \\ & \vec{u}_\sigma := \left(\frac{d}{dt} T(t) \right) \hat{i} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & a_[\sigma] := \text{diff}(u_[\sigma], t) \\ & \vec{a}_\sigma := \left(\frac{d^2}{dt^2} T(t) \right) \hat{i} \end{aligned} \quad (10)$$

1b. ΕΙΣΩΣΕΙΣ ΚΙΝΗΣΗΣ ΩΣ ΠΡΟΣ ΤΟ S_Ω ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ-ΠΑΡΑΤΗΡΗΤΗ

$$\begin{aligned} & u_[\Omega] := u_[\sigma] + \omega_ \times T_ \\ & \vec{u}_\Omega := \left(\frac{d}{dt} T(t) \right) \hat{i} + \omega T(t) \hat{j} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & a_[\Omega] := \text{diff}(u_[\Omega], t) + \omega_ \times u_[\Omega] \\ & \vec{a}_\Omega := \hat{i} \left(\frac{d^2}{dt^2} T(t) - \omega^2 T(t) \right) + 2 \omega \left(\frac{d}{dt} T(t) \right) \hat{j} \end{aligned} \quad (12)$$

Επομένως :

$$\begin{aligned} &> \mathbf{m} \cdot \vec{\mathbf{a}}_{\Omega} = \mathbf{B}_{-} + \mathbf{H}_{-} + \mathbf{A}_{-} \\ &m \left(\hat{i} \left(\frac{d^2}{dt^2} T(t) - \omega^2 T(t) \right) + 2 \omega \left(\frac{d}{dt} T(t) \right) \hat{j} \right) = -k (T(t) - s) \hat{i} + Ay \hat{j} + \hat{k} (-mg + Az) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Component}(\text{lhs}((13)), 1) = \text{Component}(\text{rhs}((13)), 1) \\ &\quad -T(t) m \omega^2 + \left(\frac{d^2}{dt^2} T(t) \right) m = -k T(t) + k s \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Component}(\text{lhs}((13)), 2) = \text{Component}(\text{rhs}((13)), 2) \\ &\quad 2 \left(\frac{d}{dt} T(t) \right) m \omega = Ay \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Component}(\text{lhs}((13)), 3) = \text{Component}(\text{rhs}((13)), 3) \\ &\quad 0 = -mg + Az \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &> \\ &> \text{Fygokentros} := -m \cdot \text{omega}_{-} \times (\text{omega}_{-} \times T_{-}) \\ &\quad \text{Fygokentros} := T(t) \hat{i} m \omega^2 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Coriolis} := -2 \cdot m \cdot \text{omega}_{-} \times u_{-}[\sigma] \\ &\quad \text{Coriolis} := -2 \left(\frac{d}{dt} T(t) \right) \hat{j} m \omega \end{aligned} \quad (18)$$

> **Μπορούμε να γράψουμε για την θέση ισορροπίας *Tisor* :**

$$\begin{aligned} &> H_{-} + \text{Fygokentros} = 0 \\ &\quad \hat{i} (-k (T(t) - s) + T(t) m \omega^2) = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Tisor} := \text{solve}((19), T(t)) \\ &\quad \text{Tisor} := \frac{k s}{-m \omega^2 + k} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} &> B_{-} + A_{-} + \text{Coriolis} = 0 \\ &\quad \hat{j} \left(Ay - 2 \left(\frac{d}{dt} T(t) \right) m \omega \right) + \hat{k} (-mg + Az) = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Component}((21), 2) \\ &\quad Ay - 2 \left(\frac{d}{dt} T(t) \right) m \omega = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} &> \text{Component}((21), 3) \\ &\quad -mg + Az = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} &> Ay = \text{solve}((22), Ay) \\ &\quad Ay = 2 \left(\frac{d}{dt} T(t) \right) m \omega \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} &> Az = \text{solve}((23), Az) \\ &\quad Az = mg \end{aligned} \quad (25)$$

2. Μετατόπιση κατά ε από την θέση ισορροπίας .

$$Tl_ := (\varepsilon(t)) \cdot \underline{i} \quad \overrightarrow{Tl} := \varepsilon(t) \hat{i} \quad (26)$$

$$Hl_ := -k \cdot ((Tisor + \varepsilon(t)) - Tisor) \cdot \underline{i} \quad \overrightarrow{Hl} := -k \varepsilon(t) \hat{i} \quad (27)$$

$$ul_[\sigma] := \text{diff}(Tl_ , t) \quad \overrightarrow{ul}_\sigma := \left(\frac{d}{dt} \varepsilon(t) \right) \hat{i} \quad (28)$$

$$al_[\sigma] := \text{diff}(ul_[\sigma], t) \quad \overrightarrow{al}_\sigma := \left(\frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) \right) \hat{i} \quad (29)$$

$$ul_[\Omega] := ul_[\sigma] + \omega_{\Omega} \times Tl_ \quad \overrightarrow{ul}_\Omega := \left(\frac{d}{dt} \varepsilon(t) \right) \hat{i} + \omega \varepsilon(t) \hat{j} \quad (30)$$

$$al_[\Omega] := \text{diff}(ul_[\Omega], t) + \omega_{\Omega} \times ul_[\Omega] \quad \overrightarrow{al}_\Omega := \hat{i} \left(\frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) - \omega^2 \varepsilon(t) \right) + 2 \omega \left(\frac{d}{dt} \varepsilon(t) \right) \hat{j} \quad (31)$$

$$m \cdot al_[\Omega] = B_ + Hl_ + A_ \\ m \left(\hat{i} \left(\frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) - \omega^2 \varepsilon(t) \right) + 2 \omega \left(\frac{d}{dt} \varepsilon(t) \right) \hat{j} \right) = -k \varepsilon(t) \hat{i} + Ay \hat{j} + \hat{k} (-m g + Az) \quad (32)$$

$$\text{Component}(lhs((32)), 1) = \text{Component}(rhs((32)), 1) \\ -\varepsilon(t) m \omega^2 + \left(\frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) \right) m = -k \varepsilon(t) \quad (33)$$

$$\text{simplify}((33), 'symbolic') \\ -m \left(\omega^2 \varepsilon(t) - \frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) \right) = -k \varepsilon(t) \quad (34)$$

$$\text{simplify} \left(\text{isolate} \left((33), \frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) \right), \text{symbolic} \right) \\ \frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) = - \frac{\varepsilon(t) (-m \omega^2 + k)}{m} \quad (35)$$

$$\text{Component}(lhs((32)), 2) = \text{Component}(rhs((32)), 2)$$

$$2 \left(\frac{d}{dt} \varepsilon(t) \right) m \omega = Ay \quad (36)$$

$$\text{Component}(\text{lhs}((32)), 3) = \text{Component}(\text{rhs}((32)), 3)$$

$$0 = -m g + Az \quad (37)$$

Μπορούμε να γράψουμε :

$$\frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) + \left(-\omega^2 + \frac{k}{m} \right) \varepsilon(t) = 0$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) + \left(-\omega^2 + \frac{k}{m} \right) \varepsilon(t) = 0 \quad (38)$$

$$\text{ode} := \text{subs} \left(-\omega^2 + \frac{k}{m} = n^2, (38) \right)$$

$$\text{ode} := \frac{d^2}{dt^2} \varepsilon(t) + n^2 \varepsilon(t) = 0 \quad (39)$$

$$\text{ics} := \mathbf{D}(\varepsilon)(0) = 0, \varepsilon(0) = \varepsilon[0]$$

$$\text{ics} := \mathbf{D}(\varepsilon)(0) = 0, \varepsilon(0) = \varepsilon_0 \quad (40)$$

$$\text{dsolve}(\{\text{ode}, \text{ics}\}, \varepsilon(t))$$

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \cos(n t) \quad (41)$$

$$\text{diff}((41), t)$$

$$\frac{d}{dt} \varepsilon(t) = -\varepsilon_0 n \sin(n t) \quad (42)$$

Όπου : $n = \sqrt{-\omega^2 + \frac{k}{m}}$: η κυκλική συχνότητα .

ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Με Κυκλική Συχνότητα n γύρω από την θέση ισορροπίας *Tisor*.

Είναι :

(36)

$$2 \left(\frac{d}{dt} \varepsilon(t) \right) m \omega = Ay \quad (43)$$

> (37)

$$0 = -m g + Az \quad (44)$$

> Ay = subs((42), lhs((43)))

$$Ay = -2 \varepsilon_0 n \sin(n t) m \omega \quad (45)$$

> isolate((44), Az)

$$Az = m g \quad (46)$$

>

Οι Αντιδράσεις του Σωλήνα :

$$: \quad Ay = -m \omega n \sin(n t)$$

$$Az = m g$$

> FygokentrosI = subs((41), -m·omega_ × (omega_ × i (\frac{k s}{-m \omega^2 + k} + \varepsilon(t))))

$$FygokentrosI = \frac{m \omega^2 \left(-\varepsilon_0 \cos(n t) m \omega^2 + k \varepsilon_0 \cos(n t) + k s \right) \hat{i}}{-m \omega^2 + k} \quad (47)$$

> CoriolisI = - subs((42), 2·m·omega_ × uI_[σ])

$$CoriolisI = 2 \varepsilon_0 n \sin(n t) m \omega \hat{j} \quad (48)$$

> HOOKI = subs((41), -k·(Tisor + \varepsilon(t) - s) · i)

$$HOOKI = -k \left(\frac{k s}{-m \omega^2 + k} + \varepsilon_0 \cos(n t) - s \right) \hat{i} \quad (49)$$

> Tisor·_i + Tl_

$$\hat{i} \left(\frac{k s}{-m \omega^2 + k} + \varepsilon(t) \right) \quad (50)$$

> n = sqrt(-\omega^2 + \frac{k}{m})

$$n = \sqrt{-\omega^2 + \frac{k}{m}} \quad (51)$$

>

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

Δεδομένα με διαστάσεις :

$$\omega := 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$s := 2.50 \text{ m}$$

$$m := 1 \text{ kg}$$

$$k := 2 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

$$g := 9.80 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\epsilon[0] := 1 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} & \text{>} \\ & \text{>} \\ & \text{>} \quad Tisor1 := \text{subs}(\{\omega = 1, s = 2.50, m = 1, k = 2, g = 9.80\}, Tisor) \\ & \quad \quad \quad Tisor1 := 5.00 \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} & \text{>} \\ & \text{>} \quad \text{subs}(\{\omega = 1, s = 2.50, m = 1, k = 2, g = 9.80\}, (51)) \\ & \quad \quad \quad n = 1 \end{aligned} \quad (53)$$

$$\begin{aligned} & \text{>} \quad \text{subs}(\{\omega = 1, s = 2.50, m = 1, k = 2, g = 9.80, n = 1\}, (45)) \\ & \quad \quad \quad Ay = -2 \epsilon_0 \sin(t) \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} & \text{>} \quad \text{subs}(\{\omega = 1, s = 2.50, m = 1, k = 2, g = 9.80, n = 1\}, (46)) \\ & \quad \quad \quad Az = 9.80 \end{aligned} \quad (55)$$

$$\begin{aligned} & \text{>} \quad \text{subs}(\{\omega = 1, s = 2.50, m = 1, k = 2, g = 9.80, n = 1\}, (47)) \\ & \quad \quad \quad Fygokentros1 = (\epsilon_0 \cos(t) + 5.00) \hat{i} \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} & \text{>} \quad Fygokentros1a = \text{Component}(\text{rhs}((56)), 1) \\ & \quad \quad \quad Fygokentros1a = \epsilon_0 \cos(t) + 5.00 \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} & \text{>} \quad \text{subs}(\{\omega = 1, s = 2.50, m = 1, k = 2, g = 9.80, n = 1\}, (48)) \\ & \quad \quad \quad Coriolis1 = 2 \epsilon_0 \sin(t) \hat{j} \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} & \text{>} \quad Coriolis1a = \text{Component}(\text{rhs}((58)), 2) \\ & \quad \quad \quad Coriolis1a = 2 \epsilon_0 \sin(t) \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} & \text{>} \quad \text{subs}(\{\omega = 1, s = 2.50, m = 1, k = 2, g = 9.80, n = 1\}, (49)) \\ & \quad \quad \quad HOOK1 = -2 (2.50 + \epsilon_0 \cos(t)) \hat{i} \end{aligned} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} & \text{>} \quad HOOK1a = \text{Component}(\text{rhs}((60)), 1) \\ & \quad \quad \quad HOOK1a = -5.00 - 2 \epsilon_0 \cos(t) \end{aligned} \quad (61)$$

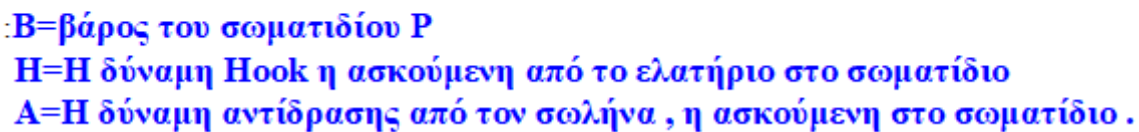
$$\begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} > \\ \text{---} > \\ \text{---} \\ A \\ \text{---} > \\ \text{---} > \end{array}$$

(62)

ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΙΣ

>

$$Y[S] := (6.00 + \epsilon[0] \cdot \cos(t)) \cdot \sin(\phi) :$$




```

=blue, thickness=2, linestyle=4], t=0 ..2·Pi, frames=100) :
> pointPplus := animate(pointplot3d, [[ (6.00 + 1.0·cos(t))·cos(t), (6.00 + 1.0
·cos(t))·sin(t), 0], numpoints=150, color=red, symbol=solidcircle,
symbolsize=5], t=0 ..2·Pi, frames=100, trace=99) :
>
>
> LINO1 := animate(spacecurve, [[ (0 + t·(0.5 - 0))·cos(a), (0 + t·(0.5 - 0))
·sin(a), 0], t=0 ..1, thickness=3, color=red, linestyle=1], a=0 ..2·Pi,
frames=100, trace=0) :
> LIN12 := animate(spacecurve, [[ (0.5 + t·(0.5 - 0.5))·cos(a) - (0 + t·(0.5
- 0))·sin(a), (0.5 + t·(0.5 - 0.5))·sin(a) + (0 + t·(0.5 - 0))·cos(a), 0]
, t=0 ..1, thickness=3, color=red, linestyle=1], a=0 ..2·Pi, frames=100,
trace=0) :
> Point1 := animate(pointplot3d, [[ (0.5·cos(a), 0.5·sin(a), 0)], symbol
=solidcircle, symbolsize=7, color=red], a=0 ..2·Pi, frames=100) :
> Point2 := animate(pointplot3d, [[ (0.5·cos(a) - 0.5·sin(a), 0.5·sin(a) + 0.5
·cos(a), 0)], symbol=solidcircle, symbolsize=7, color=red], a=0 ..2·Pi,
frames=100, trace=2) :
> Point3 := animate(pointplot3d, [[ (5.50 + 1.0·cos(t))·cos(t), (5.50 + 1.0
·cos(t))·sin(t), 0], color=red, symbol=solidcircle, symbolsize=7], t=0 ..2
·Pi, frames=100, trace=2) :
> Point4 := animate(pointplot3d, [[ (5.50 + 1.0·cos(t))·cos(t) - 0.5·sin(t),
(5.50 + 1.0·cos(t))·sin(t) + 0.5·cos(t), 0], symbol=solidcircle, symbolsize
=7, color=red], t=0 ..2·Pi, frames=100, trace=2) :
>
> X3 := 5.50 + 1.0·cos(t) :
> Y3 := 0 :
> Xplus := 6.00 + 1.0·cos(t) :
> Yplus := 0 :
> X1 := X3 + λ·(Xplus - X3)
X1 := 5.50 + 1.0 cos(t) + 0.50 λ (63)
> Y1 := Y3 + λ·(Yplus - Y3)
Y1 := 0 (64)
> XX1 := X1·cos(t) - Y1·sin(t)
XX1 := (5.50 + 1.0 cos(t) + 0.50 λ) cos(t) (65)
> YY1 := X1·sin(t) + Y1·cos(t)
YY1 := (5.50 + 1.0 cos(t) + 0.50 λ) sin(t) (66)
> LIN3Pplus := animate(spacecurve, [[ XX1, YY1, 0], λ=0 ..1, color=red], t=0
..2·Pi, frames=100, trace=2) :
>

```

$$\begin{aligned}
&> X4 := 5.50 + 1.0 \cdot \cos(t) : \\
&> Y4 := 0.50 : \\
&> X := X3 + \lambda \cdot (X4 - X3) \\
&\qquad\qquad\qquad X := 5.50 + 1.0 \cos(t) \tag{67}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&> Y := Y3 + \lambda \cdot (Y4 - Y3) \\
&\qquad\qquad\qquad Y := 0.50 \lambda \tag{68}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&> XX := X \cdot \cos(t) - Y \cdot \sin(t) \\
&\qquad\qquad\qquad XX := (5.50 + 1.0 \cos(t)) \cos(t) - 0.50 \sin(t) \lambda \tag{69}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&> YY := X \cdot \sin(t) + Y \cdot \cos(t) \\
&\qquad\qquad\qquad YY := (5.50 + 1.0 \cos(t)) \sin(t) + 0.50 \lambda \cos(t) \tag{70}
\end{aligned}$$

> *LIN34 := animate(spacecurve, [[XX, YY, 0], λ=0 ..1, color=red], t=0 ..2·Pi, frames=100, trace=2) :*

$$HELIX := \left[-a + a \cdot \cos(\phi), + b \cdot \sin(\phi), \frac{BHMA \cdot \phi}{2 \cdot \text{Pi}} \right]$$

$$\begin{array}{l}
x_B = x_A \cdot \cos(\phi) - y_A \cdot \sin(\phi) \\
y_B = x_A \cdot \sin(\phi) + y_A \cdot \cos(\phi)
\end{array}$$

$$\begin{aligned}
&> YEL := 0.50 \cdot \cos(\phi) \\
&\qquad\qquad\qquad YEL := 0.50 \cos(\phi) \tag{71}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&> ZEL := 0.50 \cdot \sin(\phi) \\
&\qquad\qquad\qquad ZEL := 0.50 \sin(\phi) \tag{72}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&> XEL := 0.50 + \frac{(5.00 + 1.0 \cdot \cos(t))}{5} \cdot \frac{\phi}{2 \cdot \text{Pi}} \\
&\qquad\qquad\qquad XEL := 0.50 + \frac{(5.00 + 1.0 \cos(t)) \phi}{10 \pi} \tag{73}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&> XXEL := XEL \cdot \cos(t) - YEL \cdot \sin(t) \\
&\qquad\qquad\qquad XXEL := \left(0.50 + \frac{(5.00 + 1.0 \cos(t)) \phi}{10 \pi} \right) \cos(t) - 0.50 \cos(\phi) \sin(t) \tag{74}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&> YYEL := XEL \cdot \sin(t) + YEL \cdot \cos(t) \\
&\qquad\qquad\qquad YYEL := \left(0.50 + \frac{(5.00 + 1.0 \cos(t)) \phi}{10 \pi} \right) \sin(t) + 0.50 \cos(\phi) \cos(t) \tag{75}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&> ZZEL := ZEL \\
&\qquad\qquad\qquad ZZEL := 0.50 \sin(\phi) \tag{76}
\end{aligned}$$

```

> HELIX := animate(spacecurve, [ [XXEL, YYEL, ZZEL ],  $\phi = 0 \dots 5 \cdot 2 \cdot \text{Pi}$ , color = black, numpoints
    = 150, thickness = 5, linestyle = 1 ], t = 0 .. 2 · Pi, frames = 100, trace = 2 ) :
=
>
> KEIM := textplot3d( [ [ 10.2, 0, 0, "x", font = [ arial, 16, bold ] ], [ 0, 10.2, 0, "y", font = [ arial, 16,
    bold ] ], [ 0, 0, 5.2, "z", font = [ arial, 16, bold ] ] ) :
=
>
> display( KEIM, ARXH, ZAXON, XAXON, YAXON, TROXIAisor, pointP, lineOP, lineOPplus,
    pointPplus, LINO1, LIN12, Point1, Point2, Point3, Point4, LIN3Pplus, LIN34, HELIX, axes
    = none, scaling = constrained, orientation = [ 55, 75, 0 ], title
    = "ANIMATE\nΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗ & ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ\nΣΑΒΒΑΣ Π.
    ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [ arial, 14, bold ] )

```

ANIMATE
ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗ & ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΕΣ ΔΥΝΑΜΕΙΣ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ

