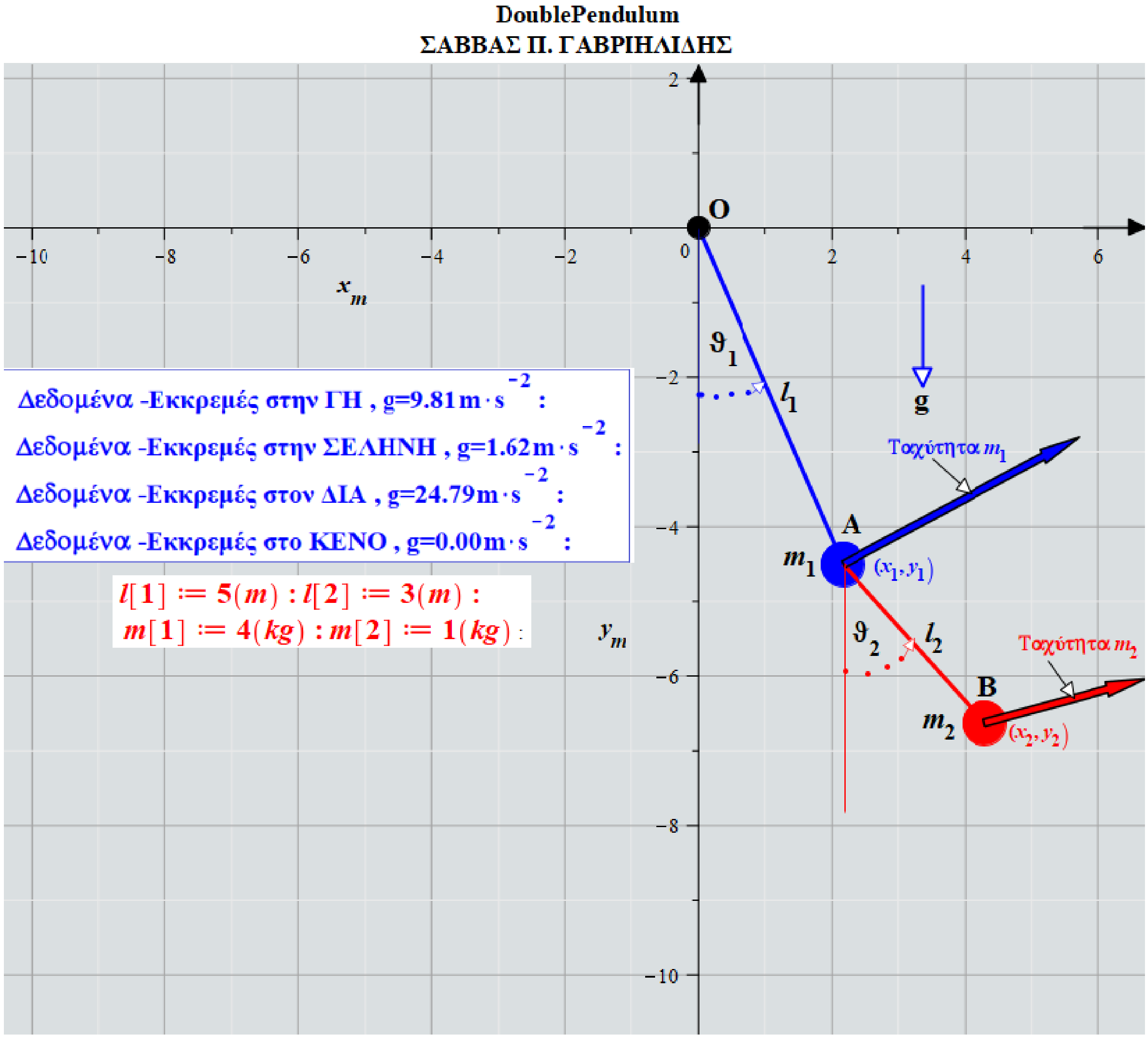
>
>

Διπλό Εκκρεμές ή Μηχανή Χάους .

Έστω το διπλό εκκρεμές του σχήματος , με δύο βαθμούς ελευθερίσς .
Επιλέγουμε ως γενικευμένες συντεταγμένες , ανεξάρτητες μεταξύ τους , τις γωνίες ϑ_1, ϑ_2

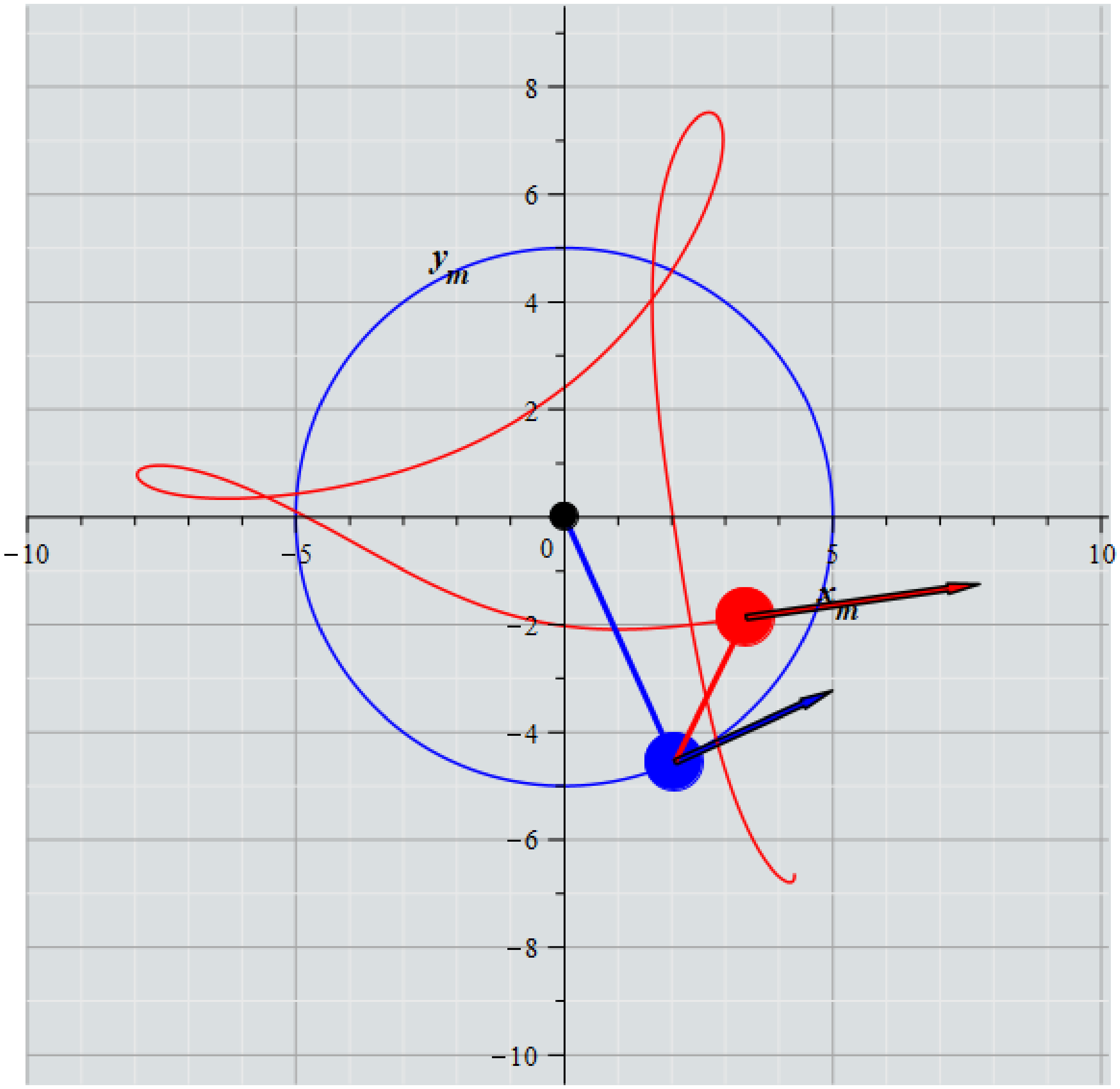
και ως γενικευμένες ταχύτητες , ανεξάρτητες μεταξύ τους τις : $\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)$, $\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)$

Εφαρμόζουμε μεθόδους Δυναμικής κατά LAGRANGE .
Η επίλυση των δύο (2) Διαφορικών Εξισώσεων που προκύπτουν γίνεται Αριθμητικά .
Η απεικόνιση -Animation που παραθέτουμε δείχνει τον Χαοτικό χαρακτήρα της κίνησης .

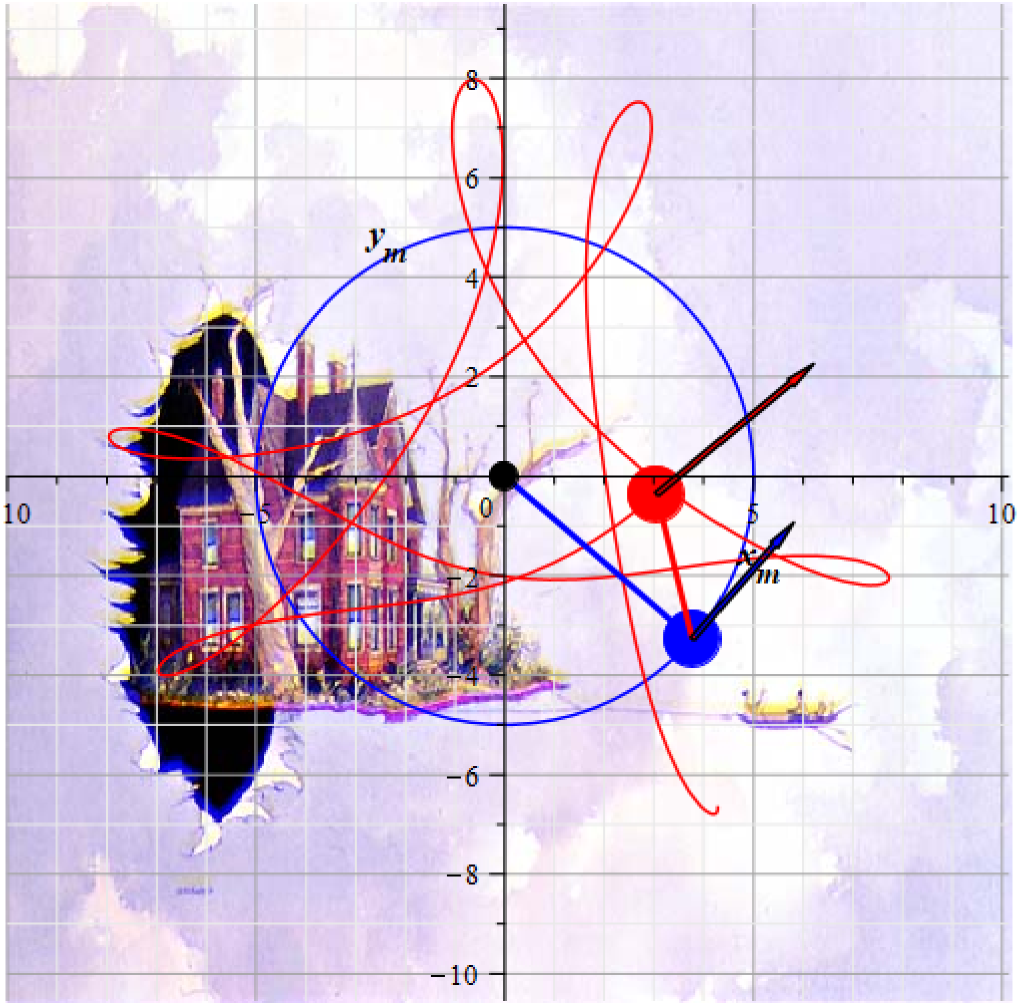


DoublePendulum
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ
O
A
B
x_m
y_m
ϑ_1
l_1
ϑ_2
l_2
g
Ταχύτητα m_1
Ταχύτητα m_2
m_1
(x_1, y_1)
m_2
(x_2, y_2)
Δεδομένα -Εκκρεμές στην ΓΗ , g=9.81 m·s^{-2} :
Δεδομένα -Εκκρεμές στην ΣΕΛΗΝΗ , g=1.62 m·s^{-2} :
Δεδομένα -Εκκρεμές στον ΔΙΑ , g=24.79 m·s^{-2} :
Δεδομένα -Εκκρεμές στο ΚΕΝΟ , g=0.00 m·s^{-2} :
$l[1] := 5(m) : l[2] := 3(m)$:
$m[1] := 4(kg) : m[2] := 1(kg)$:

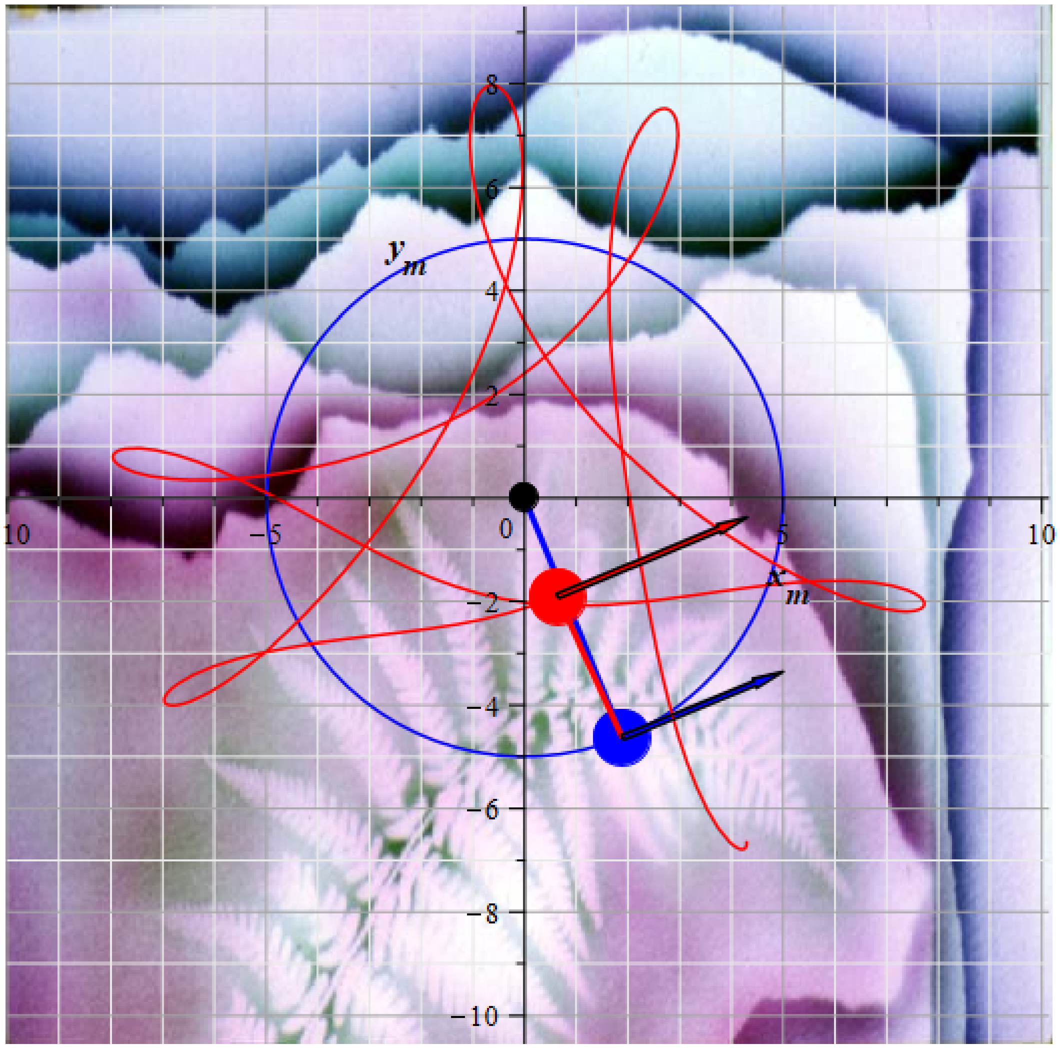
Animation DoublePendulum ΣΤΗ ΣΕΛΗΝΗ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



Animation DoublePendulum ΣΤΗ ΣΕΛΗΝΗ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



Animation DoublePendulum ΣΤΗ ΣΕΛΗΝΗ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



>
>

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΤΑ LAGRANGE

Εξισώσεις Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}L\right)-\frac{\partial}{\partial q_i}L=0\,,i=1,2,..n\ \Rightarrow \Delta.\mathrm{E.}\ (\text{Διαφορικές Εξισώσεις Κίνησης})$$

Όπου :

$L(q,\dot{q},t)=T(q,\dot{q},t)-V(q,t)$

Η Λαγκραζιανή του Συστήματος και

$T :=$ Κινητική Ενέργεια του Συστήματος ως προς Επιλεγμένο Αδρανειακό Σύστημα Αναφοράς

$V :=$ Δυναμική Ενέργεια του Συστήματος ως προς Επιλεγμένο Αδρανειακό Σύστημα Αναφοράς

q_i $i=1,2,..n$, Γενικευμένες Συντεταγμένες Ανεξάρτητες Μεταξύ τους

$\dot{q}_i$ $i=1,2,..n$, Γενικευμένες Ταχύτητες Ανεξάρτητες Μεταξύ τους

Εύρεση των Βαθμών Ελευθερίας (ΒΕ) Επίπεδου Μηχανισμού .

Το πλήθος των Βαθμών Ελευθερίας (ΒΕ) ενός Επιπέδου Μηχανισμού υπολογίζεται με τη βοήθεια της Εξίσωσης Kutzbach :

$$F=3\cdot(n-1)-2\cdot f_1-f_2$$

όπου :

F=πλήθος (ΒΕ) του μηχανισμού

n=πλήθος μελών (περιλαμβάνεται και η βάση)

f_1 = πλήθος συνδέσεων που διαθέτουν 1-ΒΕ

f_2 = πλήθος συνδέσεων που διαθέτουν 2-ΒΕ

Συλλογιστική : Από το συνολικό πλήθος ΒΕ του μηχανισμού διαγράφονται οι Δεσμευμένοι ΒΕ .

```
>
>
> with(plots) :
> with(Physics[Vectors])
```

[&x, `+`, `.`, ChangeBasis, ChangeCoordinates, Component, Curl, DirectionalDiff, Divergence, Gradient, Identify, Laplacian,∇, Norm, ParametrizeCurve, ParametrizeSurface, ParametrizeVolume, Setup, diff, int] **(1)**

```
> Setup(mathematicalnotation = true)
```

[mathematicalnotation = true] **(2)**

```
> unprotect(x, y)
>
>
```

Δεδομένα -Εκκρεμές στην ΓΗ , g=9.81 $m \cdot s^{-2}$:

Δεδομένα -Εκκρεμές στην ΣΕΛΗΝΗ , g=1.62 $m \cdot s^{-2}$:

Δεδομένα -Εκκρεμές στον ΔΙΑ , g=24.79 $m \cdot s^{-2}$:

Δεδομένα -Εκκρεμές στο ΚΕΝΟ , g=0.00 $m \cdot s^{-2}$:

> $g := 1.62 : l[1] := 5 : l[2] := 3 : m[1] := 4 : m[2] := 1 :$

>

> $x[1] := l[1] \cdot \sin(\vartheta[1](t))$

$$x_1 := 5 \sin(\vartheta_1(t)) \tag{3}$$

> $x[2] := x[1] + l[2] \cdot \sin(\vartheta[2](t))$

$$x_2 := 5 \sin(\vartheta_1(t)) + 3 \sin(\vartheta_2(t)) \tag{4}$$

> $y[1] := -l[1] \cdot \cos(\vartheta[1](t))$

$$y_1 := -5 \cos(\vartheta_1(t)) \tag{5}$$

> $y[2] := y[1] - l[2] \cdot \cos(\vartheta[2](t))$

$$y_2 := -5 \cos(\vartheta_1(t)) - 3 \cos(\vartheta_2(t)) \tag{6}$$

> $R\_[1] := x[1] \cdot \_i + y[1] \cdot \_j$

$$\vec{R}_1 := 5 \sin(\vartheta_1(t))\, \hat{i} - 5 \cos(\vartheta_1(t))\, \hat{j} \tag{7}$$

> $R\_[2] := x[2] \cdot \_i + y[2] \cdot \_j$

$$\vec{R}_2 := \left(5 \sin(\vartheta_1(t)) + 3 \sin(\vartheta_2(t))\right) \hat{i} + \left(-5 \cos(\vartheta_1(t)) - 3 \cos(\vartheta_2(t))\right) \hat{j} \tag{8}$$

> $v\_[1] := diff(R\_[1], t)$

$$\vec{v}_1 := 5 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right) \cos(\vartheta_1(t))\, \hat{i} + 5 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right) \sin(\vartheta_1(t))\, \hat{j} \tag{9}$$

> $A := simplify(v\_[1] \cdot v\_[1])$

$$A := 25 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right)^2 \tag{10}$$

> $T[1] := \frac{1}{2} \cdot m[1] \cdot A$

$$T_1 := 50 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right)^2 \tag{11}$$

> $v\_[2] := diff(R\_[2], t)$

$$\vec{v}_2 := \left(5 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right) \cos(\vartheta_1(t)) + 3 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_2(t)\right) \cos(\vartheta_2(t))\right) \hat{i} + \left(5 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right) \sin(\vartheta_1(t)) + 3 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_2(t)\right) \sin(\vartheta_2(t))\right) \hat{j} \tag{12}$$

> $B := combine(v\_[2] \cdot v\_[2], trg)$

$$B := 9\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)^2 + 30\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\cos(-\vartheta_2(t)+\vartheta_1(t)) + 25\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)^2 \quad \mathbf{(13)}$$

> $T[2] := \frac{1}{2}\cdot m[2]\cdot B$

$$T_2 := \frac{9\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)^2}{2} + 15\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\cos(-\vartheta_2(t)+\vartheta_1(t)) + \frac{25\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)^2}{2} \quad \mathbf{(14)}$$

> $U[1] := m[1]\cdot g\cdot y[1]$

$$U_1 := -32.40\cos(\vartheta_1(t)) \quad \mathbf{(15)}$$

> $U[2] := m[2]\cdot g\cdot y[2]$

$$U_2 := -8.10\cos(\vartheta_1(t)) - 4.86\cos(\vartheta_2(t)) \quad \mathbf{(16)}$$

> $L := simplify(T[1] + T[2] - U[1] - U[2])$

$$L := \frac{125\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)^2}{2} + \frac{9\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)^2}{2} + 15\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\cos(-\vartheta_2(t) + \vartheta_1(t)) + 40.50\cos(\vartheta_1(t)) + 4.86\cos(\vartheta_2(t)) \quad \mathbf{(17)}$$

>

$$L := \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)\,\vartheta_{1t}\vartheta_{2t} l_1 l_2 m_2 + \frac{l_1^2(m_1+m_2)\vartheta_{1t}^2}{2} + \frac{\vartheta_{2t}^2 l_2^2 m_2}{2} + \left(l_1(m_1+m_2)\cos(\vartheta_1) + l_2\cos(\vartheta_2)m_2\right)g$$

>

> $ode1 := simplify(diff(diff(L, diff(\vartheta[1](t), t)), t) - diff(L, \vartheta[1](t))) = 0$

$$ode1 := 125.\frac{d^2}{dt^2}\vartheta_1(t) + 15.00000000\left(\frac{d^2}{dt^2}\vartheta_2(t)\right)\cos(-\vartheta_2(t)+\vartheta_1(t)) + 15.00000000\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)^2\sin(-\vartheta_2(t)+\vartheta_1(t)) + 40.50\sin(\vartheta_1(t)) = 0 \quad \mathbf{(18)}$$

> $ode2 := simplify(diff(diff(L, diff(\vartheta[2](t), t)), t) - diff(L, \vartheta[2](t))) = 0$

$$ode2 := 9.\frac{d^2}{dt^2}\vartheta_2(t) + 15.00000000\left(\frac{d^2}{dt^2}\vartheta_1(t)\right)\cos(-\vartheta_2(t)+\vartheta_1(t)) - 15.00000000\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)^2\sin(-\vartheta_2(t)+\vartheta_1(t)) + 4.86\sin(\vartheta_2(t)) = 0 \quad \mathbf{(19)}$$

>

>

$$EL_1 := \left(\left(\frac{d^2}{dt^2}\vartheta_2(t)\right) l_2 m_2 \cos(\vartheta_1(t)-\vartheta_2(t)) + \left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)^2 l_2 m_2 \sin(\vartheta_1(t)-\vartheta_2(t)) + (m_1+m_2)\left(g\sin(\vartheta_1(t)) + l_1\left(\frac{d^2}{dt^2}\vartheta_1(t)\right)\right)\right) l_1 = 0$$

$$EL_2 := l_2 m_2\left(-\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)^2 l_1 \sin(\vartheta_1(t)-\vartheta_2(t)) + \left(\frac{d^2}{dt^2}\vartheta_1(t)\right) l_1\cos(\vartheta_1(t)-\vartheta_2(t)) + \left(\frac{d^2}{dt^2}\vartheta_2(t)\right) l_2 + \sin(\vartheta_2(t))\, g\right) = 0$$

\>

\> **ics := ϑ[1](0) = Pi/7, D(ϑ[1])(0) = Pi/2, ϑ[2](0) = Pi/4, D(ϑ[2])(0) = -Pi**

$$ics := \vartheta_1(0) = \frac{\pi}{7}, D(\vartheta_1)(0) = \frac{\pi}{2}, \vartheta_2(0) = \frac{\pi}{4}, D(\vartheta_2)(0) = -\pi \quad \textbf{(20)}$$

\> *sol* := *dsolve*({*ode1*, *ode2*, *ics*}, *numeric*, *output* = *listprocedure*)

$$sol := \left[t = \textbf{proc}(t)\ \ldots\ \textbf{end proc}, \vartheta_1(t) = \textbf{proc}(t)\ \ldots\ \textbf{end proc}, \frac{d}{dt}\vartheta_1(t) = \textbf{proc}(t)\ \ldots\ \textbf{end proc}, \vartheta_2(t) = \textbf{proc}(t)\ \ldots\ \textbf{end proc}, \frac{d}{dt}\vartheta_2(t) = \textbf{proc}(t)\ \ldots\ \textbf{end proc}\right] \quad \textbf{(21)}$$

\>

\> *sol*(0)

$$\left[t(0) = 0., \vartheta_1(t)(0) = 0.448798950512828, \left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)(0) = 1.57079632679490, \vartheta_2(t)(0) = 0.785398163397448, \left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)(0) = -3.14159265358979\right] \quad \textbf{(22)}$$

\>

\>

\>

ΘΕΣΕΙΣ ΜΑΖΩΝ m_1, m_2, ΔΙΠΛΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ

\>

\> *x*[1]

$$5\sin(\vartheta_1(t)) \quad \textbf{(23)}$$

\> *X*[1] := *subs*(ϑ[1](*t*) = *rhs*(*sol*[2])(*t*), *x*[1]) :

\> *y*[1]

$$-5\cos(\vartheta_1(t)) \quad \textbf{(24)}$$

\> *Y*[1] := *subs*(ϑ[1](*t*) = *rhs*(*sol*[2])(*t*), *y*[1]) :

\> *x*[2]

$$5\sin(\vartheta_1(t)) + 3\sin(\vartheta_2(t)) \quad \textbf{(25)}$$

\> *X*[2] := *subs*([ϑ[1](*t*) = *rhs*(*sol*[2])(*t*), ϑ[2](*t*) = *rhs*(*sol*[4])(*t*)], *x*[2]) :

\> *y*[2]

$$-5\cos(\vartheta_1(t)) - 3\cos(\vartheta_2(t)) \quad \textbf{(26)}$$

> $Y[2] := subs([\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(t)], y[2]):$

>

>

ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΜΑΖΩΝ m_1, m_2, ΔΙΠΛΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ

>

> $Component(v\_[1], 1)$

$$5 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right) \cos(\vartheta_1(t)) \tag{27}$$

> $XV1 := subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \frac{d}{dt} \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(t)\right], Component(v\_[1], 1)\right):$

> $Component(v\_[1], 2)$

$$5 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right) \sin(\vartheta_1(t)) \tag{28}$$

> $YV1 := subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \frac{d}{dt} \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(t)\right], Component(v\_[1], 2)\right):$

> $Component(v\_[2], 1)$

$$5 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right) \cos(\vartheta_1(t)) + 3 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_2(t)\right) \cos(\vartheta_2(t)) \tag{29}$$

> $XV2 := subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \frac{d}{dt} \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(t), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(t), \frac{d}{dt} \vartheta_2(t) = rhs(sol[5])(t)\right], Component(v\_[2], 1)\right):$

> $Component(v\_[2], 2)$

$$5 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right) \sin(\vartheta_1(t)) + 3 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_2(t)\right) \sin(\vartheta_2(t)) \tag{30}$$

> $YV2 := subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \frac{d}{dt} \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(t), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(t), \frac{d}{dt} \vartheta_2(t) = rhs(sol[5])(t)\right], Component(v\_[2], 2)\right):$

>

ΑΡΧΙΚΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΜΑΖΩΝ m_1, m_2 , ΔΙΠΛΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ

> $XV10 := evalf\left(subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(0), \frac{d}{dt} \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(0)\right], Component(v\_[1], 1)\right)\right)$

$$XV10 := 7.07619294126940 \tag{31}$$

> $YV10 := evalf\left(subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(0)\right], Component(v\_[1], 2)\right)\right)$

$$YV10 := 3.40771491817158 \tag{32}$$

> $XV20 := evalf\left(subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(0), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_2(t) = rhs(sol[5])(0)\right], Component(v\_[2], 1)\right)\right)$

$$XV20 := 0.411868533905068 \tag{33}$$

> $YV20 := evalf\left(subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(0), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_2(t) = rhs(sol[5])(0)\right], Component(v\_[2], 2)\right)\right)$

$$YV20 := -3.25660948919275 \tag{34}$$

>

>

ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΙΣ

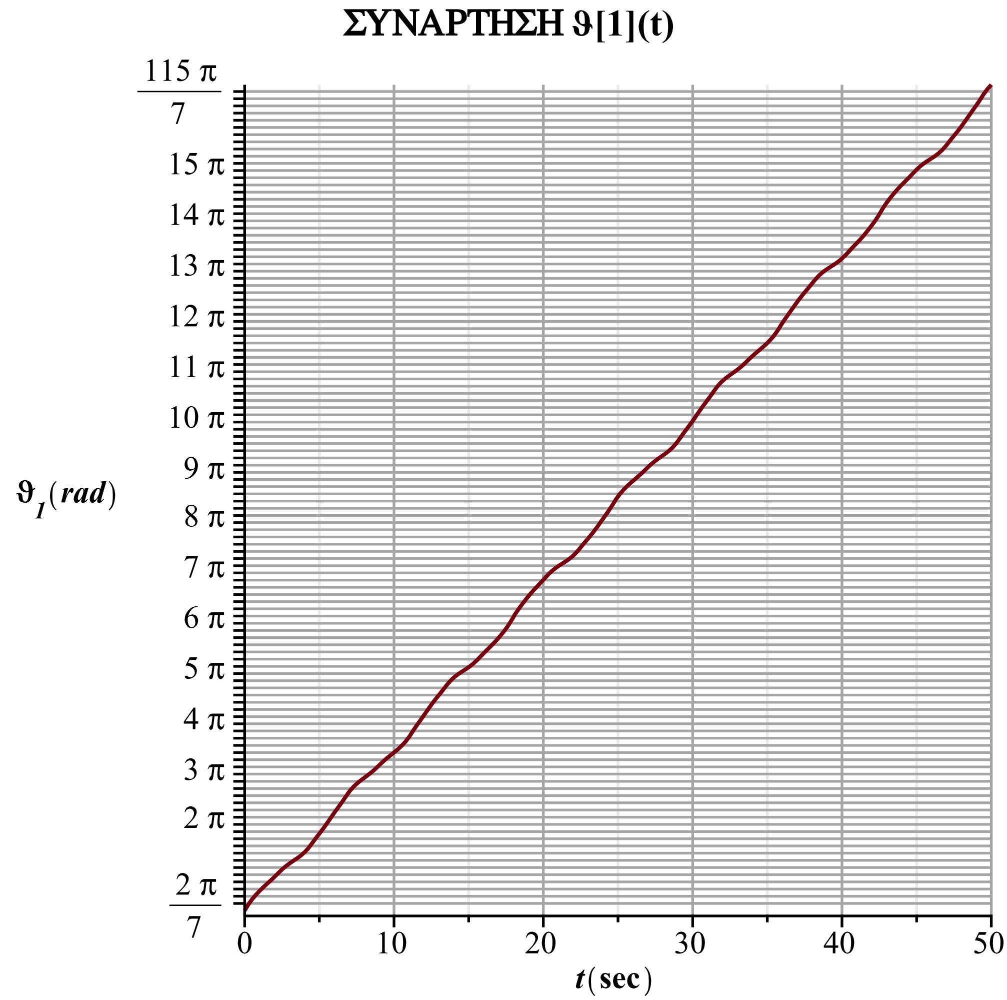
>

>

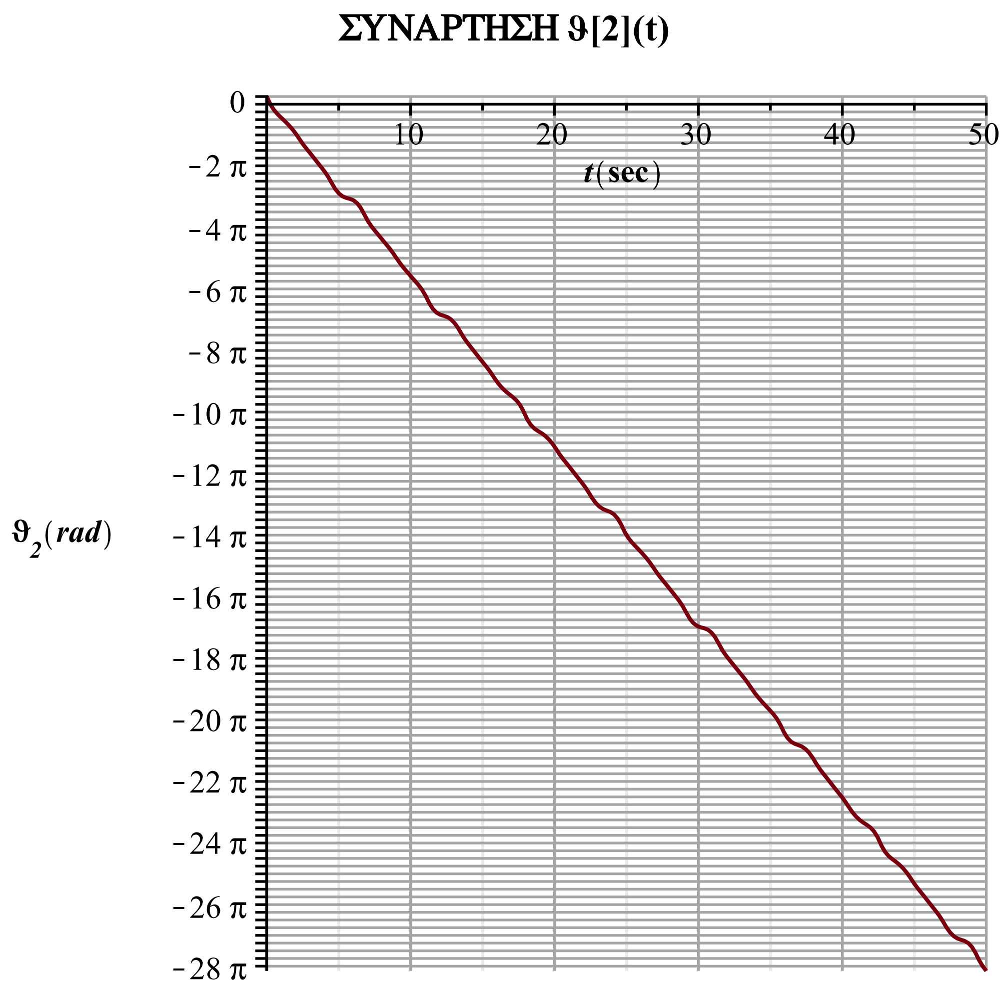
1. ΛΥΣΕΙΣ ΓΙΑ : $\vartheta_1(t)$, $\vartheta_2(t)$.

>

> $plot\left(rhs(sol[2])(t), t = 0..50, scaling = unconstrained, labels = [t(\sec), \vartheta_1(rad)], labelfont = [arial, bold, 12], tickmarks = \left[default, spacing\left(\frac{\text{Pi}}{7}\right)\right], title = \text{"ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ϑ[1](t)"}, titlefont = [arial, bold, 14], gridlines\right)$



> $plot\left(rhs(sol[4])(t),\ t=0..50,\ scaling=unconstrained,\ labels=\left[t(\text{sec}),\ \vartheta_2(rad)\right],\ labelfont=[arial,\ bold,\ 12],\ tickmarks=\left[default,\ spacing\left(\frac{\text{Pi}}{4}\right)\right],\ title=\text{"ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ϑ[2](t)"},\ titlefont=[arial,\ bold,\ 14],\ gridlines\right)$



>

2. ΛΥΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΡΟΧΙΕΣ ΜΑΖΩΝ: m_1 , m_2 :

ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΤΙΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

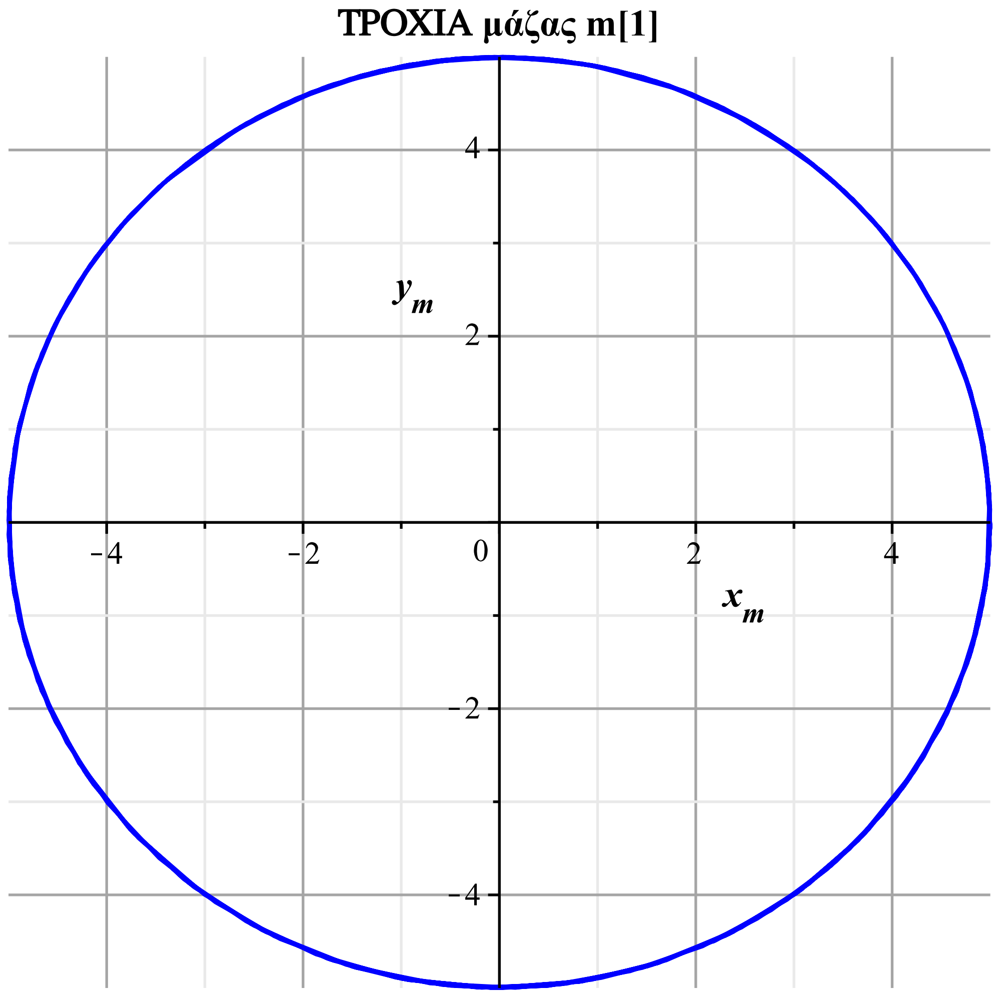
$$ics := \vartheta[1](0) = \frac{Pi}{7}, D(\vartheta[1])(0) = \frac{Pi}{2}, \vartheta[2](0) = \frac{Pi}{4}, D(\vartheta[2])(0) = -\frac{Pi}{3}$$

$$ics := \vartheta[1](0) = \frac{Pi}{7}, D(\vartheta[1])(0) = \frac{Pi}{2}, \vartheta[2](0) = \frac{Pi}{4}, D(\vartheta[2])(0) = -Pi$$

>

2a . ΤΡΟΧΙΑ ΜΑΖΑΣ m_1

> *plot*([*X*[1], *Y*[1], *t* = 0 ..50], *color* = *blue*, *thickness* = 1, *labels* = [*x*[*m*], *y*[*m*]], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *gridlines*, *title* = "ΤΡΟΧΙΑ μάζας m[1]", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 14])



>

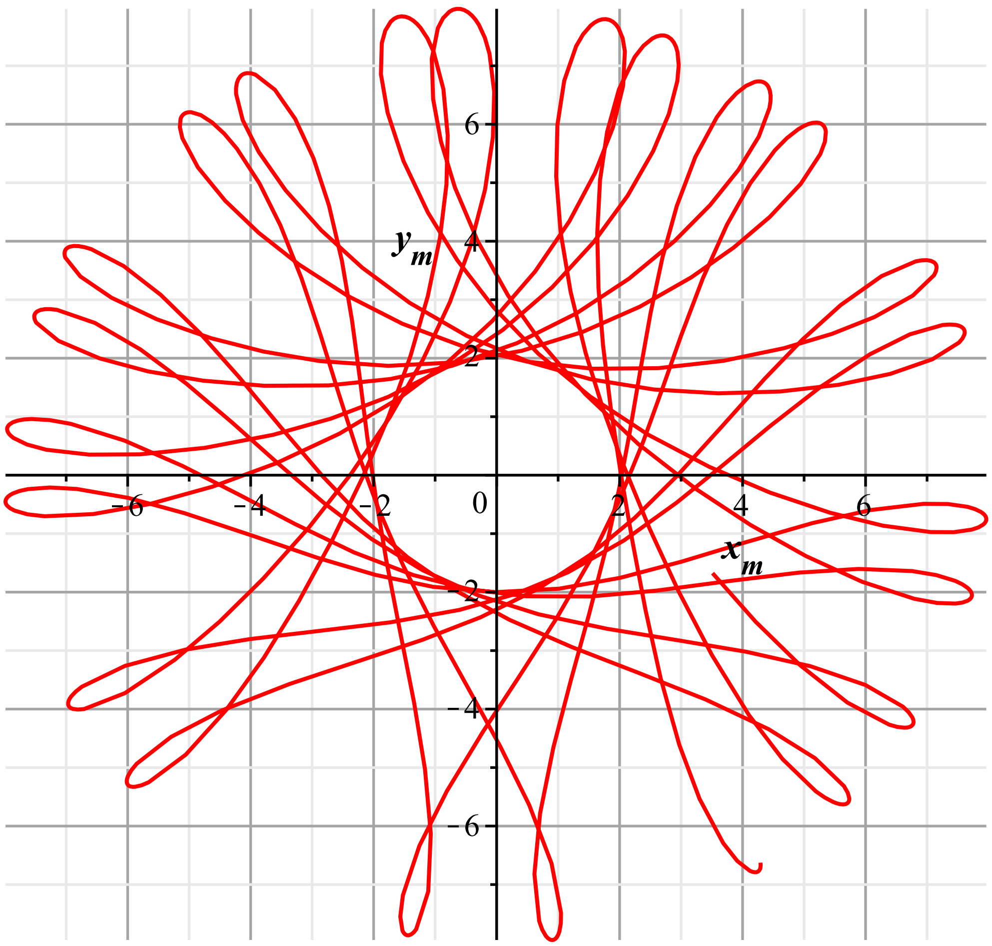
>

2b . ΤΡΟΧΙΑ ΜΑΖΑΣ m_2

> *BTROXIA* := *plot*([*X*[2], *Y*[2], *t* = 0 ..50], *color* = *red*, *thickness* = 1, *labels* = [*x*[*m*], *y*[*m*]], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *gridlines*, *title* = "ΤΡΟΧΙΑ μάζας m[2]", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 14]) :

> *display*(*BTROXIA*)

ΤΡΟΧΙΑ μάζας m[2]



>

>

3. ΛΥΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΜΑΖΩΝ: m_1, m_2 :

ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΤΙΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$ics := \vartheta[1](0) = \frac{Pi}{7}, D(\vartheta[1])(0) = \frac{Pi}{2}, \vartheta[2](0) = \frac{Pi}{4}, D(\vartheta[2])(0) = -\frac{Pi}{3}$$

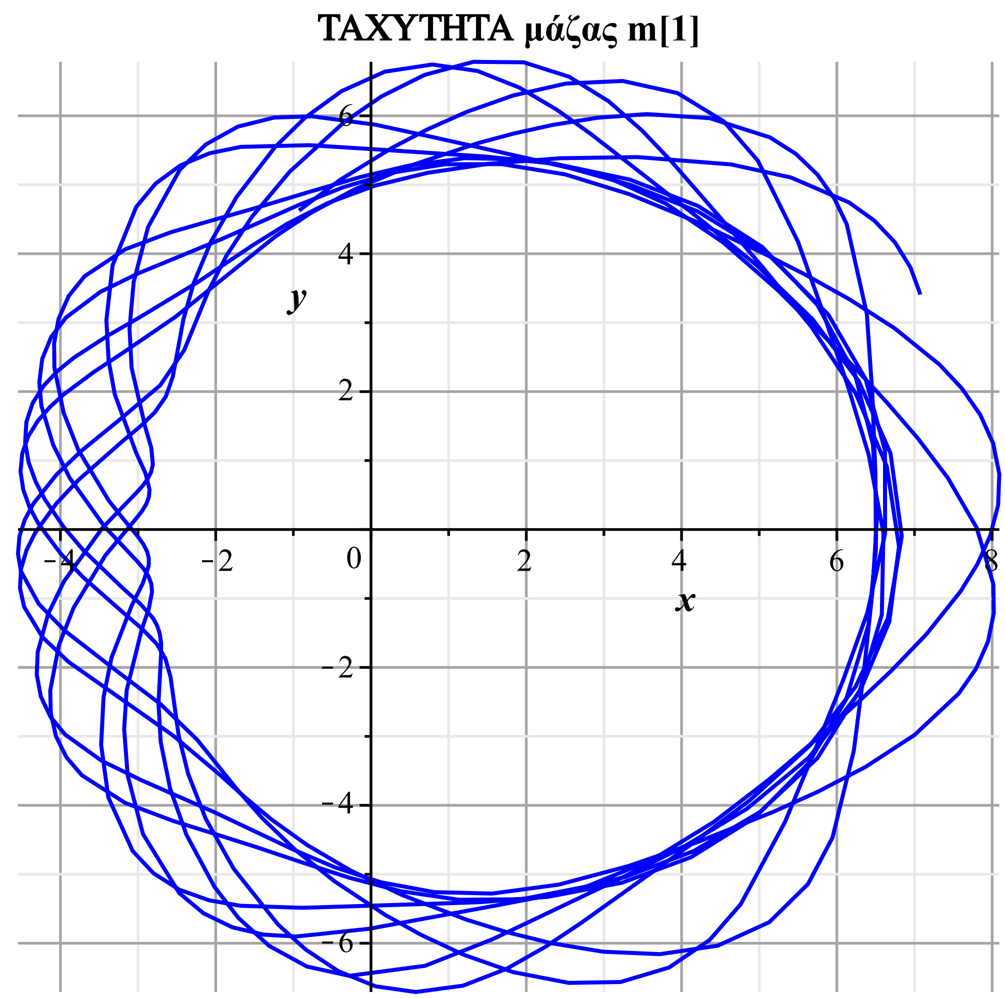
$$ics := \vartheta[1](0) = \frac{Pi}{7}, D(\vartheta[1])(0) = \frac{Pi}{2}, \vartheta[2](0) = \frac{Pi}{4}, D(\vartheta[2])(0) = -Pi$$

>

>

3a . ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΜΑΖΑΣ m_1

> *plot*([*XV1*, *YV1*, *t* = 0 ..50], *color* = *blue*, *thickness* = 1, *labels* = [*x*, *y*], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *gridlines*, *title* = "ΤΑΧΥΤΗΤΑ μάζας m[1]", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 14])



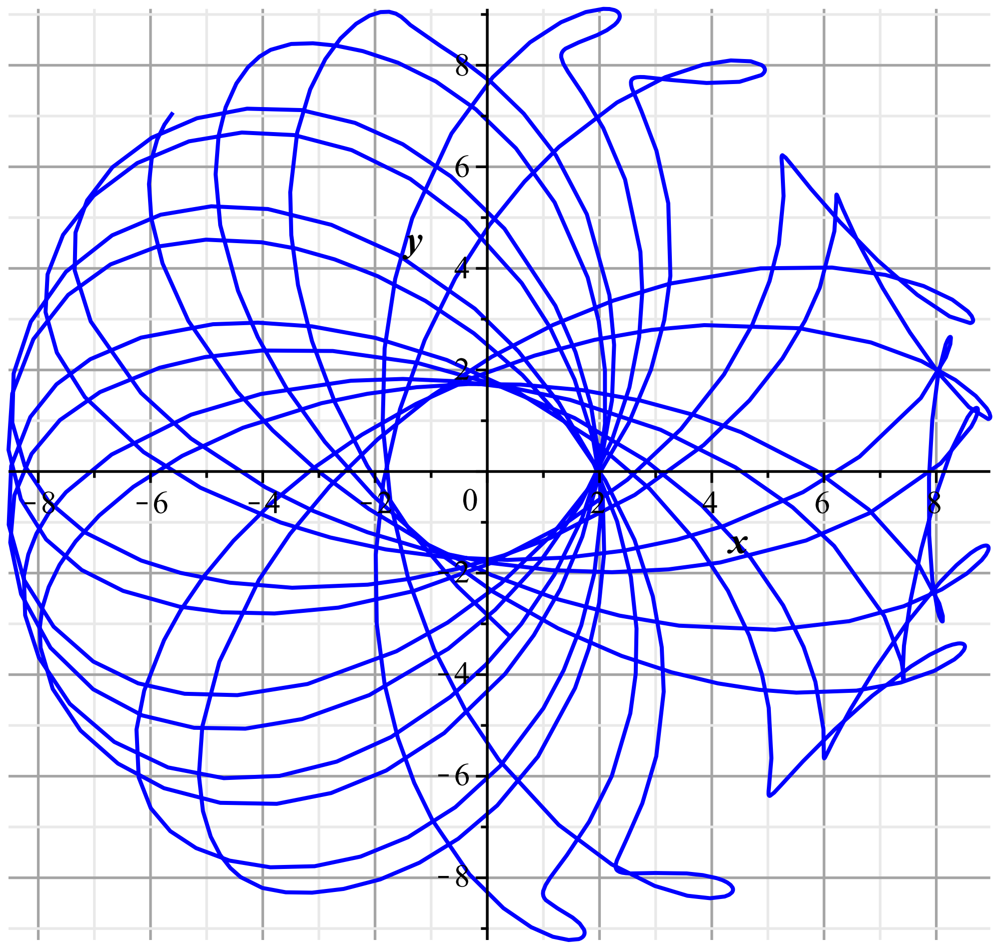
>

>

3b . ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΜΑΖΑΣ m_2

> *plot*([*XV2*, *YV2*, *t* = 0 ..50], *color* = *blue*, *thickness* = 1, *labels* = [*x*, *y*], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *gridlines*, *title* = "ΤΑΧΥΤΗΤΑ μάζας m[2]", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 14])

TAXYTHTA μάζας m[2]



>

4. ANIMATE

> *with*(*FileTools*)

[*AbsolutePath*, *AtEndOfFile*, *Basename*, *Binary*, *CanonicalPath*, *Compressed*, *Copy*, *Exists*, *Extension*, *Filename*, *Flush*, *Hash*, *IsDirectory*, *IsExecutable*, *IsLink*, *IsLockable*, *IsOpen*, *IsReadable*, *IsWritable*, *JoinPath*, *ListDirectory*, *Lock*, *MakeDirectory*, *ModificationTime*, *ParentDirectory*, *Position*, *Remove*, *RemoveDirectory*, *Rename*, *Size*, *SplitPath*, *Status*, *TemporaryDirectory*, *TemporaryFile*, *TemporaryFilename*, *Text*, *Unlock*, *Walk*] **(35)**

> *SABBAS* ≔ *JoinPath*(["C:", "SPGABRIHLIDHS", "IMAGES", "BIOTOPOS.jpg"]) :

> *SPG* ≔ ColorTools:-Color("RGB", [218 / 255, 223 / 255, 225 / 255]) :

> *SABBAS1* ≔ *JoinPath*(["C:", "SPGABRIHLIDHS", "IMAGES", "EFORMHSH.jpg"]) :

> *SABBAS2* ≔ *JoinPath*(["C:", "SPGABRIHLIDHS", "IMAGES", "STYLITES.jpg"]) :

> *SABBAS3* ≔ *JoinPath*(["C:", "SPGABRIHLIDHS", "IMAGES", "KOGXYLIA.jpg"]) :

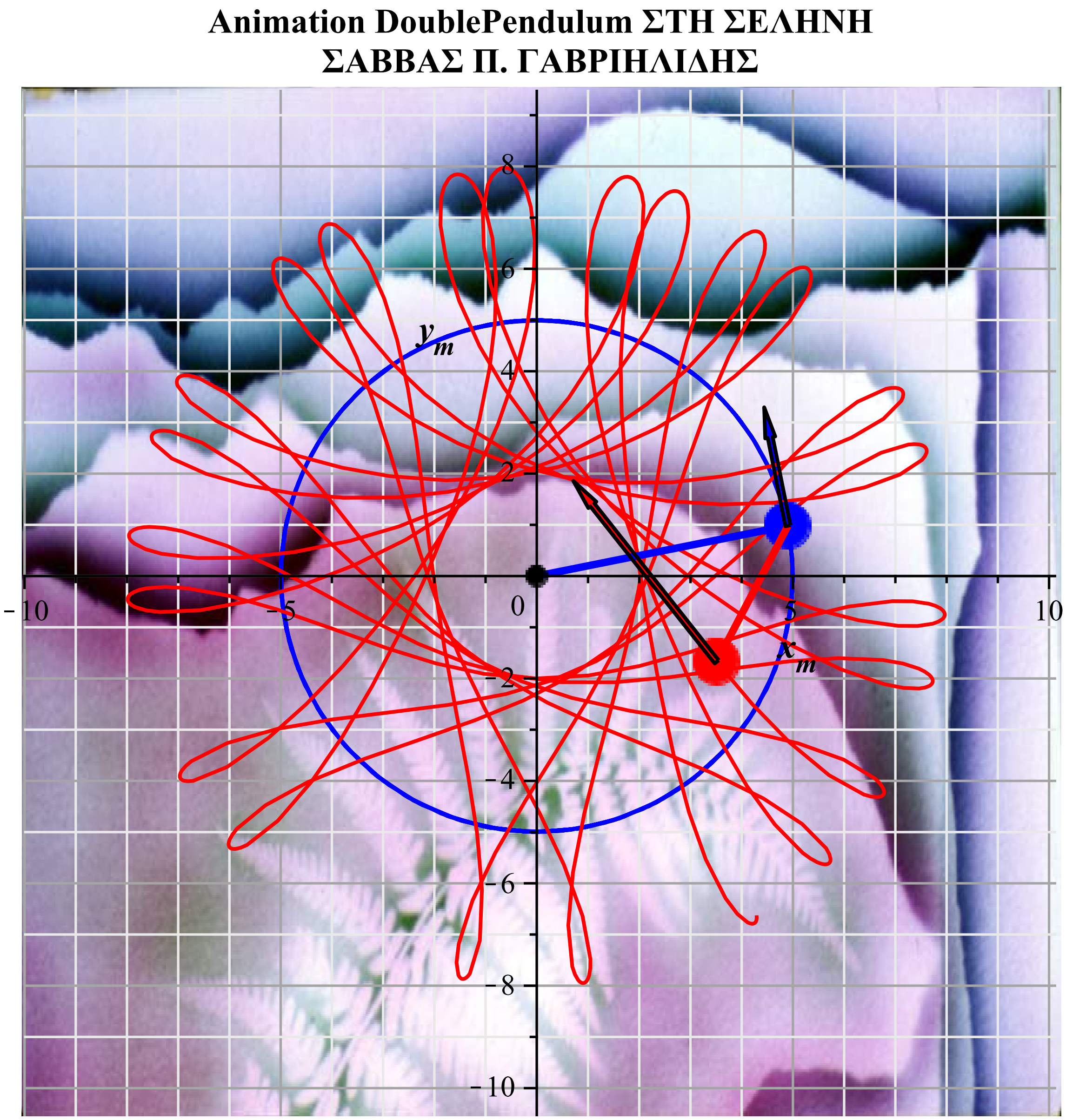
> *SABBAS4* ≔ *JoinPath*(["C:", "SPGABRIHLIDHS", "IMAGES", "kosk38-PYRGOS-SYROMENOS.jpg"]) :

> *SABBAS5* ≔ *JoinPath*(["C:", "SPGABRIHLIDHS", "IMAGES", "FTELIES-3.jpg"])

SABBAS5 ≔ "C:\SPGABRIHLIDHS\IMAGES\FTELIES-3.jpg" **(36)**

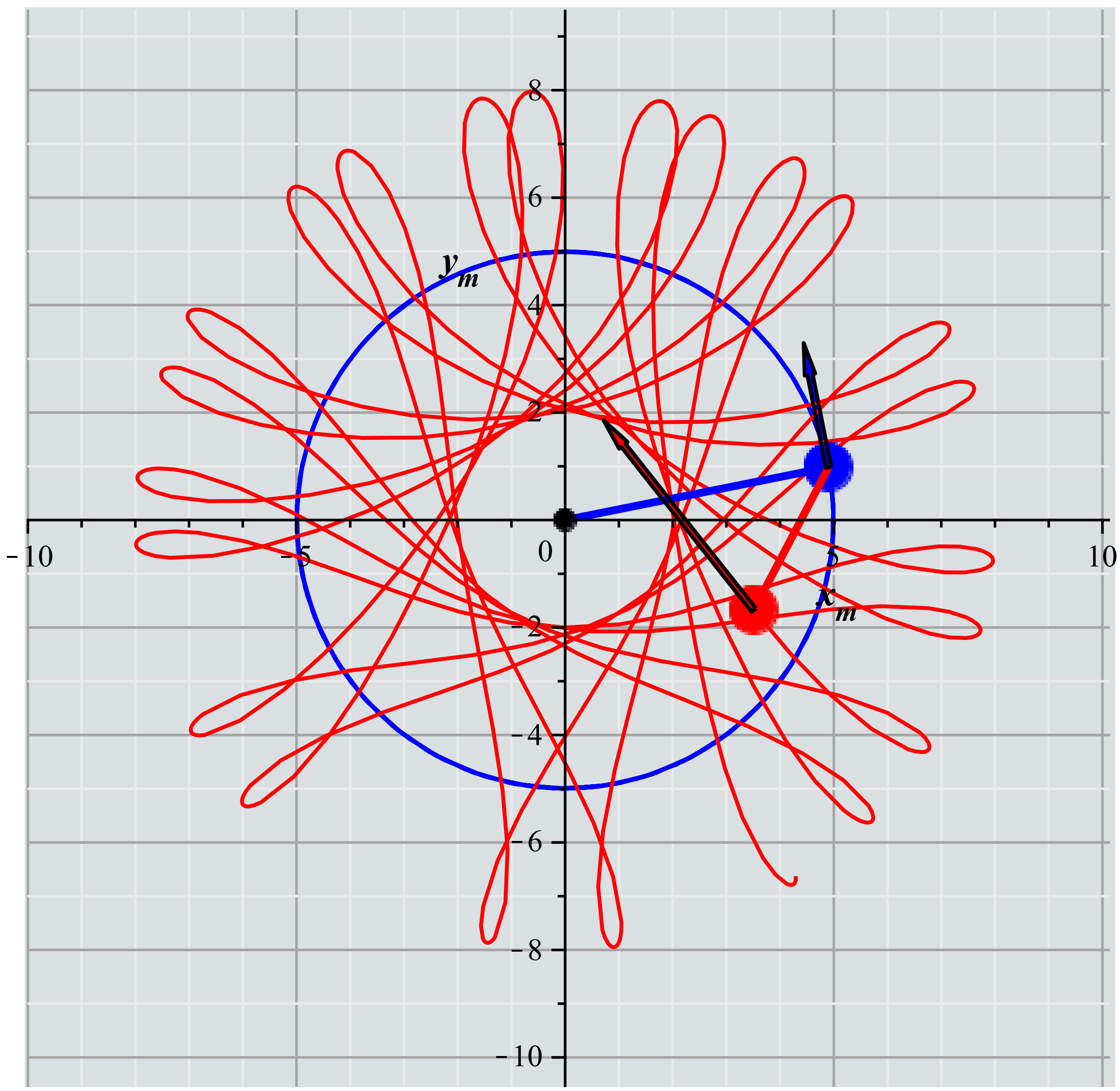
>

```
>
> ANIMATROXIA := animate(plot, [[X[1], Y[1], t = 0 ..S], color = blue, thickness = 1], S = 0
    ..50, frames = 140) :
> ANIMBTROXIA := animate(plot, [[X[2], Y[2], t = 0 ..S], color = red, thickness = 1], S = 0 ..50,
    frames = 140) :
>
> Opoint := pointplot([0, 0], color = black, symbol = solidcircle, symbolsize = 15) :
> Apoint := animate(pointplot, [[X[1], Y[1]], color = blue, symbol = solidcircle, symbolsize
    = 30], t = 0 ..50, frames = 140) :
> OAline := animate(plot, [[λ·X[1], λ·Y[1], λ = 0 ..1], color = blue, thickness = 3], t = 0 ..50,
    frames = 140) :
> Bpoint := animate(pointplot, [[X[2], Y[2]], color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 30],
    t = 0 ..50, frames = 140) :
> ABline := animate(plot, [[X[1] + λ·(X[2]- X[1]), Y[1] + λ·(Y[2]- Y[1]), λ = 0 ..1], color
    = red, thickness = 3], t = 0 ..50, frames = 140) :
> Aarrow := animate(arrow, [⟨X[1], Y[1]⟩, 0.5·⟨XV1, YV1⟩, color = blue, width = 0.1,
    head_length = 0.6], t = 0 ..50, frames = 140) :
> Barrow := animate(arrow, [⟨X[2], Y[2]⟩, 0.5·⟨XV2, YV2⟩, color = red, width = 0.1,
    head_length = 0.6], t = 0 ..50, frames = 140) :
>
> display(ANIMATROXIA, ANIMBTROXIA, Opoint, Apoint, OAline, Bpoint, ABline, Aarrow,
    Barrow, labels = [x[m], y[m]], labelfont = [arial, bold, 14], title
    = "Animation DoublePendulum ΣΤΗ ΣΕΛΗΝΗ\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont
    = [arial, bold, 14], gridlines, background = SABBAS5, scaling = constrained)
```



> display(ANIMATROXIA, ANIMBTROXIA, Opoint, Apoint, OAline, Bpoint, ABline, Aarrow, Barrow, labels = [x[m], y[m]], labelfont = [arial, bold, 14], title = "Animation DoublePendulum ΣΤΗ ΣΕΛΗΝΗ\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [arial, bold, 14], gridlines, background = SPG, scaling = constrained)

Animation DoublePendulum ΣΤΗ ΣΕΛΗΝΗ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



>

>

>