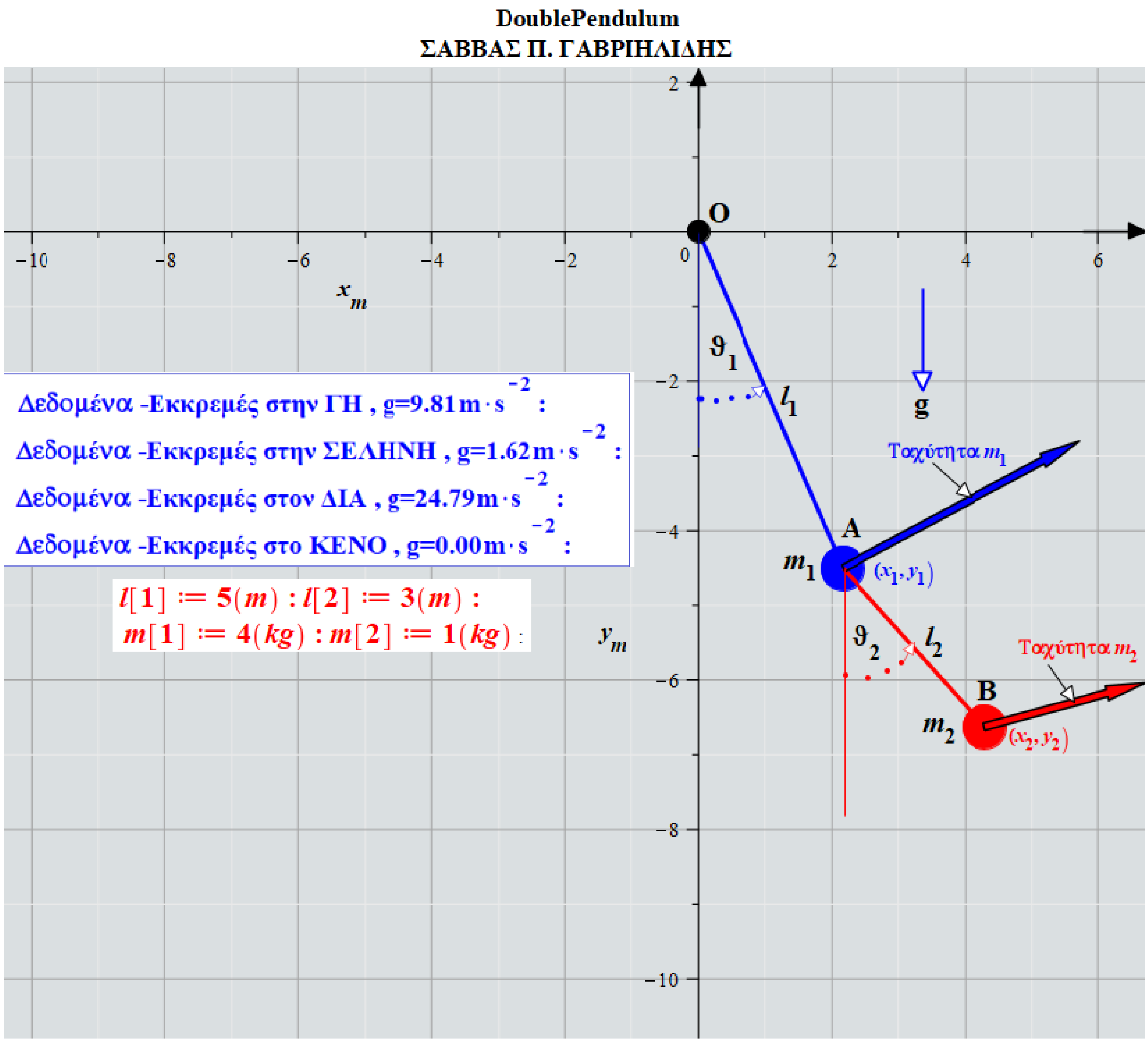
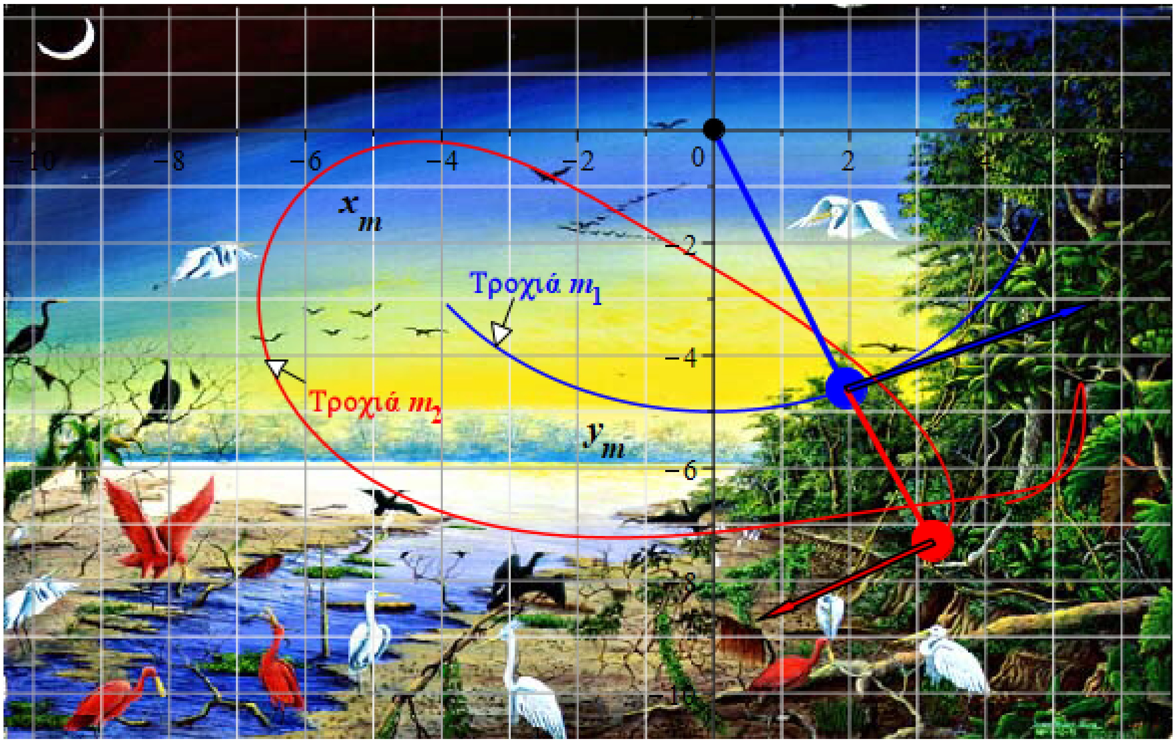
>
>

Διπλό Εκκρεμές ή Μηχανή Χάους .

Έστω το διπλό εκκρεμές του σχήματος , με δύο βαθμούς ελευθερίσς .
Επιλέγουμε ως γενικευμένες συντεταγμένες , ανεξάρτητες μεταξύ τους , τις γωνίες ϑ_1, ϑ_2
και ως γενικευμένες ταχύτητες , ανεξάρτητες μεταξύ τους τις : $\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)$, $\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)$
Εφαρμόζουμε μεθόδους Δυναμικής κατά LAGRANGE .
Η επίλυση των δύο (2) Διαφορικών Εξισώσεων που προκύπτουν γίνεται Αριθμητικά .
Η απεικόνιση -Animation που παραθέτουμε δείχνει τον Χαοτικό χαρακτήρα της κίνησης .


DoublePendulum
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ
O
A
B
g
x_m
y_m
ϑ_1
ϑ_2
l_1
l_2
m_1
m_2
(x_1, y_1)
(x_2, y_2)
Ταχύτητα m_1
Ταχύτητα m_2
Δεδομένα -Εκκρεμές στην ΓΗ , g=9.81 $m \cdot s^{-2}$:
Δεδομένα -Εκκρεμές στην ΣΕΛΗΝΗ , g=1.62 $m \cdot s^{-2}$:
Δεδομένα -Εκκρεμές στον ΔΙΑ , g=24.79 $m \cdot s^{-2}$:
Δεδομένα -Εκκρεμές στο ΚΕΝΟ , g=0.00 $m \cdot s^{-2}$:
$l[1] := 5(m) : l[2] := 3(m)$:
$m[1] := 4(kg) : m[2] := 1(kg)$:

Animation DoublePendulum
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



>

>

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΤΑ LAGRANGE

Εξισώσεις Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} L\right) - \frac{\partial}{\partial q_i} L = 0\,, i = 1, 2,..n \Rightarrow$$ Δ.Ε. (Διαφορικές Εξισώσεις Κίνησης)

Όπου :

$$L(q, \dot{q}, t) = T(q, \dot{q}, t) - V(q, t)$$

Η Λαγκραζιανή του Συστήματος και

$T :=$ Κινητική Ενέργεια του Συστήματος ως προς Επιλεγμένο Αδρανειακό Σύστημα Αναφοράς

$V :=$ Δυναμική Ενέργεια του Συστήματος ως προς Επιλεγμένο Αδρανειακό Σύστημα Αναφοράς

q_i $i = 1, 2,..n$, Γενικευμένες Συντεταγμένες Ανεξάρτητες Μεταξύ τους

$\dot{q}_i$ $i = 1, 2,..n$, Γενικευμένες Ταχύτητες Ανεξάρτητες Μεταξύ τους

Εύρεση των Βαθμών Ελευθερίας (ΒΕ) Επίπεδου Μηχανισμού .

Το πλήθος των Βαθμών Ελευθερίας (ΒΕ) ενός Επιπέδου Μηχανισμού υπολογίζεται με τη βοήθεια της Εξίσωσης Kutzbach :

$$F=3\cdot(n-1)-2\cdot f_1 - f_2$$

όπου :

F=πλήθος (ΒΕ) του μηχανισμού

n=πλήθος μελών (περιλαμβάνεται και η βάση)

f_1 = πλήθος συνδέσεων που διαθέτουν 1-ΒΕ

f_2 = πλήθος συνδέσεων που διαθέτουν 2-ΒΕ

Συλλογιστική : Από το συνολικό πλήθος ΒΕ του μηχανισμού διαγράφονται οι Δεσμευμένοι ΒΕ .

```
>
>
> with(plots)
```

[animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, densityplot, display, dualaxisplot, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, interactive, interactiveparams, intersectplot, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, multiple, odeplot, pareto, plotcompare, pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra_supported, polyhedraplot, rootlocus, semilogplot, setcolors, setoptions, setoptions3d, shadebetween, spacecurve, sparsematrixplot, surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot] **(1)**

```
> with(Physics[Vectors])
```

[&x, `+`, `.`, ChangeBasis, ChangeCoordinates, Component, Curl, DirectionalDiff, Divergence, Gradient, Identify, Laplacian, ∇, Norm, ParametrizeCurve, ParametrizeSurface, ParametrizeVolume, Setup, diff, int] **(2)**

```
> Setup(mathematicalnotation = true)
```

[mathematicalnotation = true] **(3)**

> $unprotect(x, y)$

>

>

Δεδομένα -Εκκρεμές στην ΓΗ , g=9.81 $m \cdot s^{-2}$:

Δεδομένα -Εκκρεμές στην ΣΕΛΗΝΗ , g=1.62 $m \cdot s^{-2}$:

Δεδομένα -Εκκρεμές στον ΔΙΑ , g=24.79 $m \cdot s^{-2}$:

Δεδομένα -Εκκρεμές στο ΚΕΝΟ , g=0.00 $m \cdot s^{-2}$:

> $g := 9.81 : l[1] := 5 : l[2] := 3 : m[1] := 4 : m[2] := 1 :$

>

> $x[1] := l[1] \cdot \sin(\vartheta[1](t))$

$$x_1 := 5 \sin(\vartheta_1(t)) \tag{4}$$

> $x[2] := x[1] + l[2] \cdot \sin(\vartheta[2](t))$

$$x_2 := 5 \sin(\vartheta_1(t)) + 3 \sin(\vartheta_2(t)) \tag{5}$$

> $y[1] := -l[1] \cdot \cos(\vartheta[1](t))$

$$y_1 := -5 \cos(\vartheta_1(t)) \tag{6}$$

> $y[2] := y[1] - l[2] \cdot \cos(\vartheta[2](t))$

$$y_2 := -5 \cos(\vartheta_1(t)) - 3 \cos(\vartheta_2(t)) \tag{7}$$

> $R\_[1] := x[1] \cdot \_i + y[1] \cdot \_j$

$$\vec{R}_1 := 5 \sin(\vartheta_1(t)) \, \hat{i} - 5 \cos(\vartheta_1(t)) \, \hat{j} \tag{8}$$

> $R\_[2] := x[2] \cdot \_i + y[2] \cdot \_j$

$$\vec{R}_2 := \left(5 \sin(\vartheta_1(t)) + 3 \sin(\vartheta_2(t))\right) \hat{i} + \left(-5 \cos(\vartheta_1(t)) - 3 \cos(\vartheta_2(t))\right) \hat{j} \tag{9}$$

> $v\_[1] := diff(R\_[1], t)$

$$\vec{v}_1 := 5 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right) \cos(\vartheta_1(t)) \, \hat{i} + 5 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right) \sin(\vartheta_1(t)) \, \hat{j} \tag{10}$$

> $A := simplify(v\_[1] \bullet v\_[1])$

$$A := 25 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right)^2 \tag{11}$$

> $T[1] := \frac{1}{2} \cdot m[1] \cdot A$

$$T_1 := 50 \left(\frac{d}{dt} \vartheta_1(t)\right)^2 \tag{12}$$

> $v\_[2] := diff(R\_[2], t)$

$$\vec{v}_2 := \left(5\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\cos(\vartheta_1(t)) + 3\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)\cos(\vartheta_2(t))\right)\hat{i} + \left(5\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\sin(\vartheta_1(t)) + 3\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)\sin(\vartheta_2(t))\right)\hat{j} \qquad \textbf{(13)}$$

> $B := combine(v\_[2] \cdot v\_[2], trg)$

$$B := 9\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)^2 + 30\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\cos(-\vartheta_2(t) + \vartheta_1(t)) + 25\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)^2 \qquad \textbf{(14)}$$

> $T[2] := \frac{1}{2}\cdot m[2]\cdot B$

$$T_2 := \frac{9\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)^2}{2} + 15\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\cos(-\vartheta_2(t) + \vartheta_1(t)) + \frac{25\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)^2}{2} \qquad \textbf{(15)}$$

> $U[1] := m[1]\cdot g\cdot y[1]$

$$U_1 := -196.20\cos(\vartheta_1(t)) \qquad \textbf{(16)}$$

> $U[2] := m[2]\cdot g\cdot y[2]$

$$U_2 := -49.05\cos(\vartheta_1(t)) - 29.43\cos(\vartheta_2(t)) \qquad \textbf{(17)}$$

> $L := simplify(T[1] + T[2] - U[1] - U[2])$

$$L := \frac{125\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)^2}{2} + \frac{9\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)^2}{2} + 15\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\cos(-\vartheta_2(t) + \vartheta_1(t)) + 245.25\cos(\vartheta_1(t)) + 29.43\cos(\vartheta_2(t)) \qquad \textbf{(18)}$$

>

$$L := \cos(\vartheta_1 - \vartheta_2)\,\vartheta_{1t}\vartheta_{2t}l_1 l_2 m_2 + \frac{l_1^2(m_1+m_2)\vartheta_{1t}^2}{2} + \frac{\vartheta_{2t}^2 l_2^2 m_2}{2} + \left(l_1(m_1+m_2)\cos(\vartheta_1) + l_2\cos(\vartheta_2)m_2\right)g$$

>

Lagrangian-

ΣΥΜΦΩΝΟΥΜΕ ΜΕ Maple-2022 !!!!

> $ode1 := simplify(diff(diff(L, diff(\vartheta[1](t), t)), t) - diff(L, \vartheta[1](t))) = 0$

$$ode1 := 125.\frac{d^2}{dt^2}\vartheta_1(t) + 15.00000000\left(\frac{d^2}{dt^2}\vartheta_2(t)\right)\cos(-\vartheta_2(t) + \vartheta_1(t)) + 15.00000000\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)^2\sin(-\vartheta_2(t) + \vartheta_1(t)) + 245.25\sin(\vartheta_1(t)) = 0 \qquad \textbf{(19)}$$

> ode2 := simplify(diff(diff(L, diff(ϑ[2](t), t)), t) − diff(L, ϑ[2](t))) = 0

$$ode2 := 9.\ \frac{d^2}{dt^2}\,\vartheta_2(t) + 15.00000000\left(\frac{d^2}{dt^2}\,\vartheta_1(t)\right)\cos\left(-\vartheta_2(t)+\vartheta_1(t)\right) - 15.00000000\left(\frac{d}{dt}\,\vartheta_1(t)\right)^2\sin\left(-\vartheta_2(t)+\vartheta_1(t)\right) + 29.43\,\sin\left(\vartheta_2(t)\right) = 0 \qquad \textbf{(20)}$$

>

>

$$EL_1 := \left(\left(\frac{d^2}{dt^2}\,\vartheta_2(t)\right) l_2 m_2 \cos\left(\vartheta_1(t)-\vartheta_2(t)\right) + \left(\frac{d}{dt}\,\vartheta_2(t)\right)^2 l_2 m_2 \sin\left(\vartheta_1(t)-\vartheta_2(t)\right) + (m_1+m_2)\left(g\sin\left(\vartheta_1(t)\right) + l_1\left(\frac{d^2}{dt^2}\,\vartheta_1(t)\right)\right)\right) l_1 = 0$$

$$EL_2 := l_2 m_2\left(-\left(\frac{d}{dt}\,\vartheta_1(t)\right)^2 l_1 \sin\left(\vartheta_1(t)-\vartheta_2(t)\right) + \left(\frac{d^2}{dt^2}\,\vartheta_1(t)\right) l_1 \cos\left(\vartheta_1(t)-\vartheta_2(t)\right) + \left(\frac{d^2}{dt^2}\,\vartheta_2(t)\right) l_2 + \sin\left(\vartheta_2(t)\right) g\right) = 0$$

>

> **ics := ϑ[1](0) = Pi/7, D(ϑ[1])(0) = Pi/2, ϑ[2](0) = Pi/4, D(ϑ[2])(0) = −Pi/3**

$$ics := \vartheta_1(0) = \frac{\pi}{7},\ D(\vartheta_1)(0) = \frac{\pi}{2},\ \vartheta_2(0) = \frac{\pi}{4},\ D(\vartheta_2)(0) = -\frac{\pi}{3} \qquad \textbf{(21)}$$

> sol := dsolve({ode1, ode2, ics}, numeric, output = listprocedure)

sol := [t = **proc**(t) ... **end proc**, $\vartheta_1(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**, $\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**, $\vartheta_2(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**, $\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**] **(22)**

>

> sol(0)

$$\left[t(0) = 0.,\ \vartheta_1(t)(0) = 0.448798950512828,\ \left(\frac{d}{dt}\,\vartheta_1(t)\right)(0) = 1.57079632679490,\ \vartheta_2(t)(0) = 0.785398163397448,\ \left(\frac{d}{dt}\,\vartheta_2(t)\right)(0) = -1.04719755119660\right] \qquad \textbf{(23)}$$

>

>

ode-Lagrangian-ΣΥΜΦΩΝΟΥΜΕ ΜΕ Maple-2022 !!!!

>

>

ΘΕΣΕΙΣ ΜΑΖΩΝ m_1, m_2, ΔΙΠΛΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ

>

> $x[1]$

$$5\sin(\vartheta_1(t)) \quad (24)$$

> $X[1] := subs(\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), x[1]) :$

> $y[1]$

$$-5\cos(\vartheta_1(t)) \quad (25)$$

> $Y[1] := subs(\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), y[1]) :$

> $x[2]$

$$5\sin(\vartheta_1(t)) + 3\sin(\vartheta_2(t)) \quad (26)$$

> $X[2] := subs([\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(t)], x[2]) :$

> $y[2]$

$$-5\cos(\vartheta_1(t)) - 3\cos(\vartheta_2(t)) \quad (27)$$

> $Y[2] := subs([\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(t)], y[2]) :$

>

>

ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΜΑΖΩΝ m_1, m_2, ΔΙΠΛΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ

>

> $Component(v\_[1], 1)$

$$5\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\cos(\vartheta_1(t)) \quad (28)$$

> $XV1 := subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \frac{d}{dt}\vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(t)\right], Component(v\_[1], 1)\right) :$

> $Component(v\_[1], 2)$

$$5\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\sin(\vartheta_1(t)) \quad (29)$$

> $YV1 := subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \frac{d}{dt}\vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(t)\right], Component(v\_[1], 2)\right) :$

> $Component(v\_[2], 1)$

$$5\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\cos(\vartheta_1(t)) + 3\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)\cos(\vartheta_2(t)) \quad (30)$$

> $XV2 := subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \frac{d}{dt}\vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(t), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(t), \frac{d}{dt}\vartheta_2(t) = rhs(sol[5])(t)\right], Component(v\_[2], 1)\right) :$

> $Component(v\_[2], 2)$

$$5\left(\frac{d}{dt}\vartheta_1(t)\right)\sin(\vartheta_1(t)) + 3\left(\frac{d}{dt}\vartheta_2(t)\right)\sin(\vartheta_2(t)) \quad (31)$$

> $YV2 := subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(t), \frac{d}{dt}\ \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(t), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(t), \frac{d}{dt}\ \vartheta_2(t) = rhs(sol[5])(t)\right], Component(v\_[2], 2)\right) :$

>

ΑΡΧΙΚΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΜΑΖΩΝ m_1, m_2, ΔΙΠΛΟΥ ΕΚΚΡΕΜΟΥΣ

> $XV10 := evalf\left(subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(0)\right], Component(v\_[1], 1)\right)\right)$

$$XV10 := 7.07619294126940 \quad (32)$$

> $YV10 := evalf\left(subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(0)\right], Component(v\_[1], 2)\right)\right)$

$$YV10 := 3.40771491817158 \quad (33)$$

> $XV20 := evalf\left(subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(0), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_2(t) = rhs(sol[5])(0)\right], Component(v\_[2], 1)\right)\right)$

$$XV20 := 4.85475147214795 \quad (34)$$

> $YV20 := evalf\left(subs\left(\left[\vartheta[1](t) = rhs(sol[2])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_1(t) = rhs(sol[3])(0), \vartheta[2](t) = rhs(sol[4])(0), \frac{d}{dt}\ \vartheta_2(t) = rhs(sol[5])(0)\right], Component(v\_[2], 2)\right)\right)$

$$YV20 := 1.18627344905013 \quad (35)$$

>

>

ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΕΙΣ

>

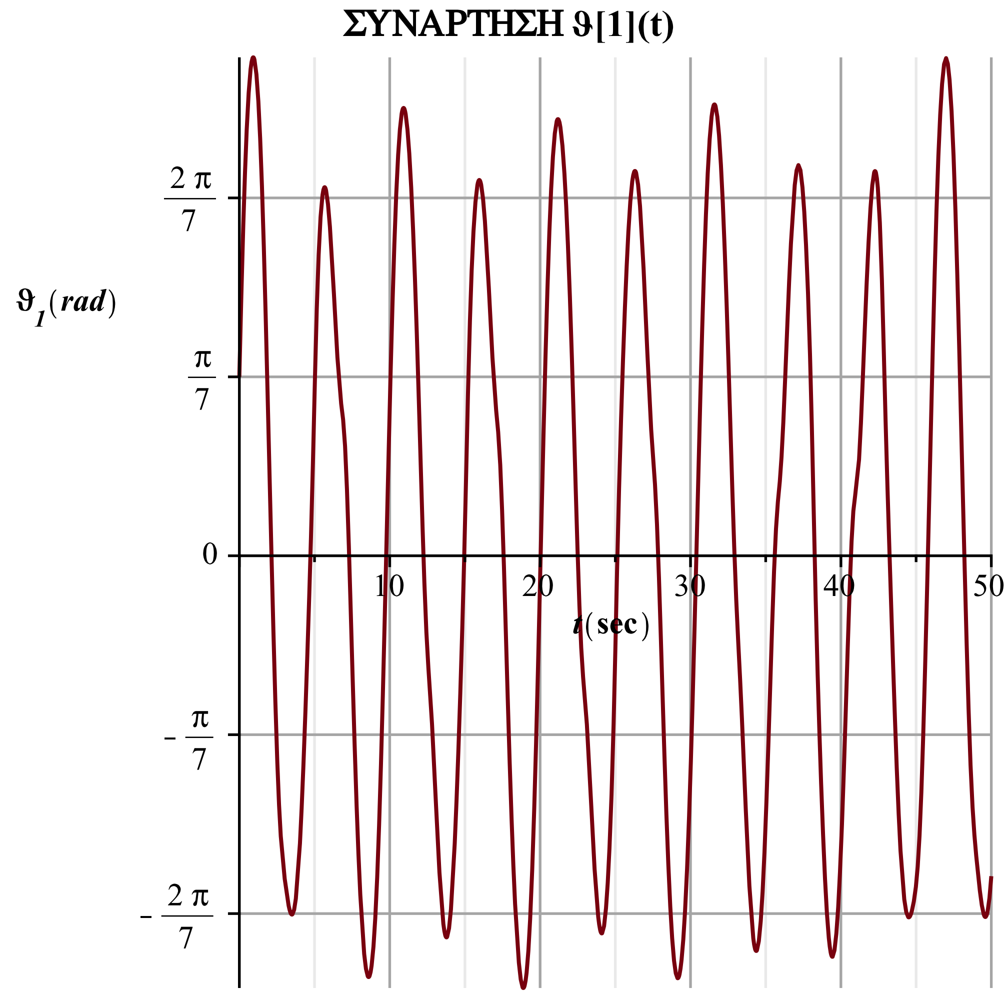
>

1. ΛΥΣΕΙΣ ΓΙΑ : $\vartheta_1(t)$, $\vartheta_2(t)$.

>

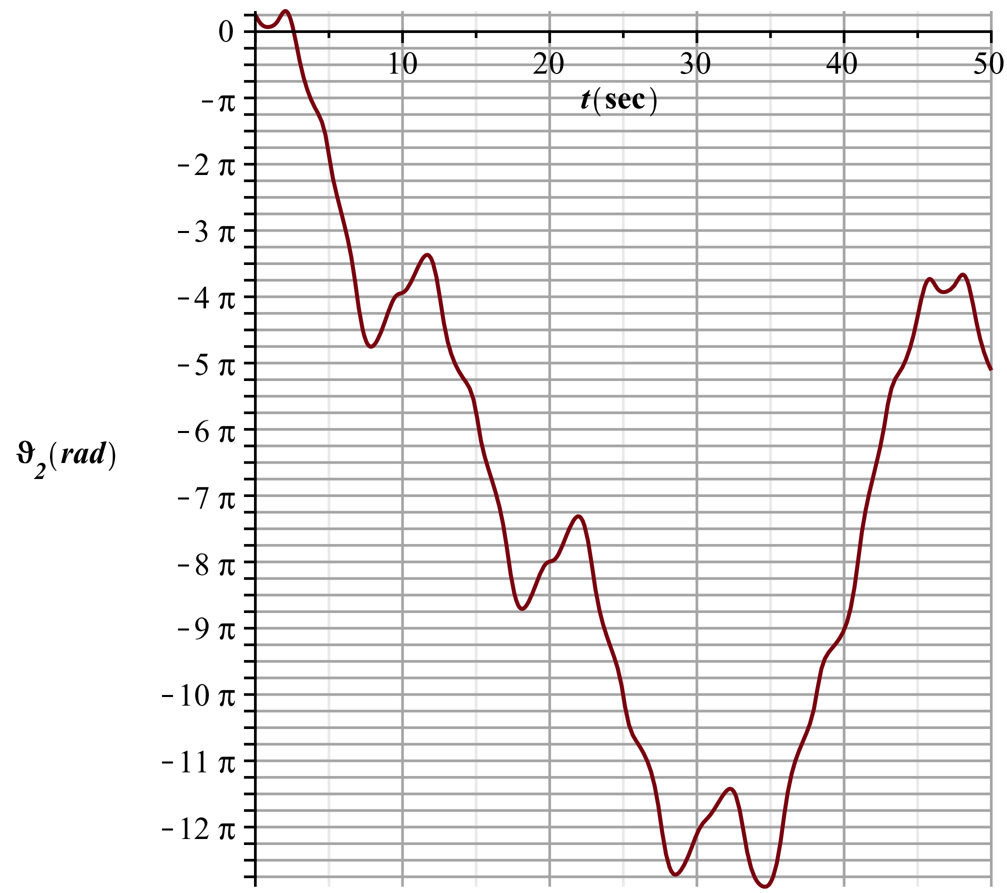
> $plot\left(rhs(sol[2])(t), t = 0..50, scaling = unconstrained, labels = [t(\text{sec}), \vartheta_1(rad)], labelfont = [arial, bold, 12], tickmarks = \left[default, spacing\left(\frac{Pi}{7}\right)\right], title = \text{"ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ϑ[1](t)"},\right.$

titlefont = [*arial*, *bold*, 14], *gridlines*)



> *plot*(*rhs*(*sol*[4])(*t*), *t* = 0 ..50, *scaling* = *unconstrained*, *labels* = [*t*(sec), ϑ_2(*rad*)], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 12], *tickmarks* = [*default*, *spacing*($\frac{\text{Pi}}{4}$)], *title* = "ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ϑ[2](t)", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 14], *gridlines*)

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ϑ[2](t)



>

2. ΛΥΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΡΟΧΙΕΣ ΜΑΖΩΝ: m_1 , m_2 :

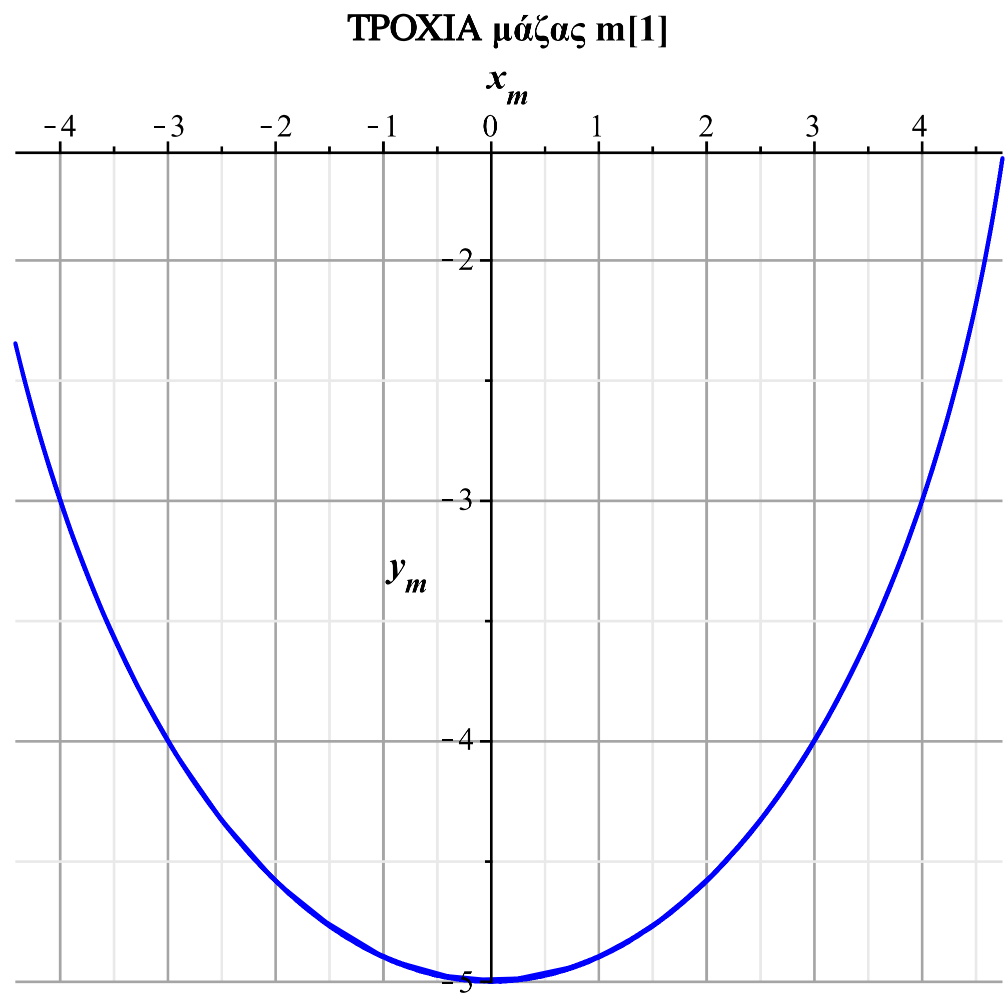
ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΤΙΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

$$ics := \vartheta[1](0) = \frac{Pi}{7}, D(\vartheta[1])(0) = \frac{Pi}{2}, \vartheta[2](0) = \frac{Pi}{4}, D(\vartheta[2])(0) = -\frac{Pi}{3}$$

>

2a . ΤΡΟΧΙΑ ΜΑΖΑΣ m_1

```
> plot([X[1], Y[1], t = 0 ..50], color = blue, thickness = 1, labels = [x[m], y[m]], labelfont
    = [arial, bold, 14], gridlines, title = "ΤΡΟΧΙΑ μάζας m[1]", titlefont = [arial, bold, 14])
```



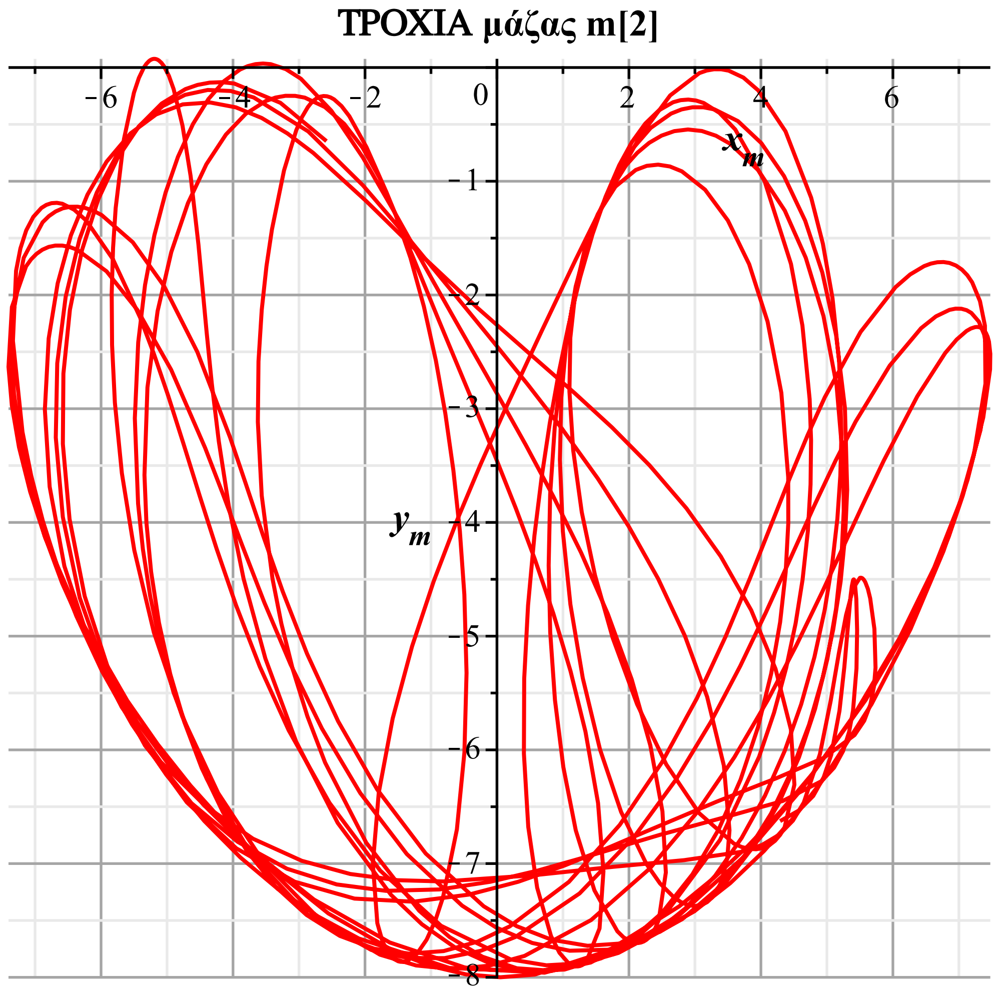
>

>

2b . ΤΡΟΧΙΑ ΜΑΖΑΣ m_2

> *BTROXIA* := *plot*([*X*[2], *Y*[2], *t* = 0 ..50], *color* = *red*, *thickness* = 1, *labels* = [*x*[*m*], *y*[*m*]], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *gridlines*, *title* = "ΤΡΟΧΙΑ μάζας m[2]", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 14]) :

> *display*(*BTROXIA*)



>

>

3. ΛΥΣΕΙΣ ΓΙΑ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ ΜΑΖΩΝ: m_1 , m_2 :

ΑΛΛΑΓΕΣ ΣΤΙΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ

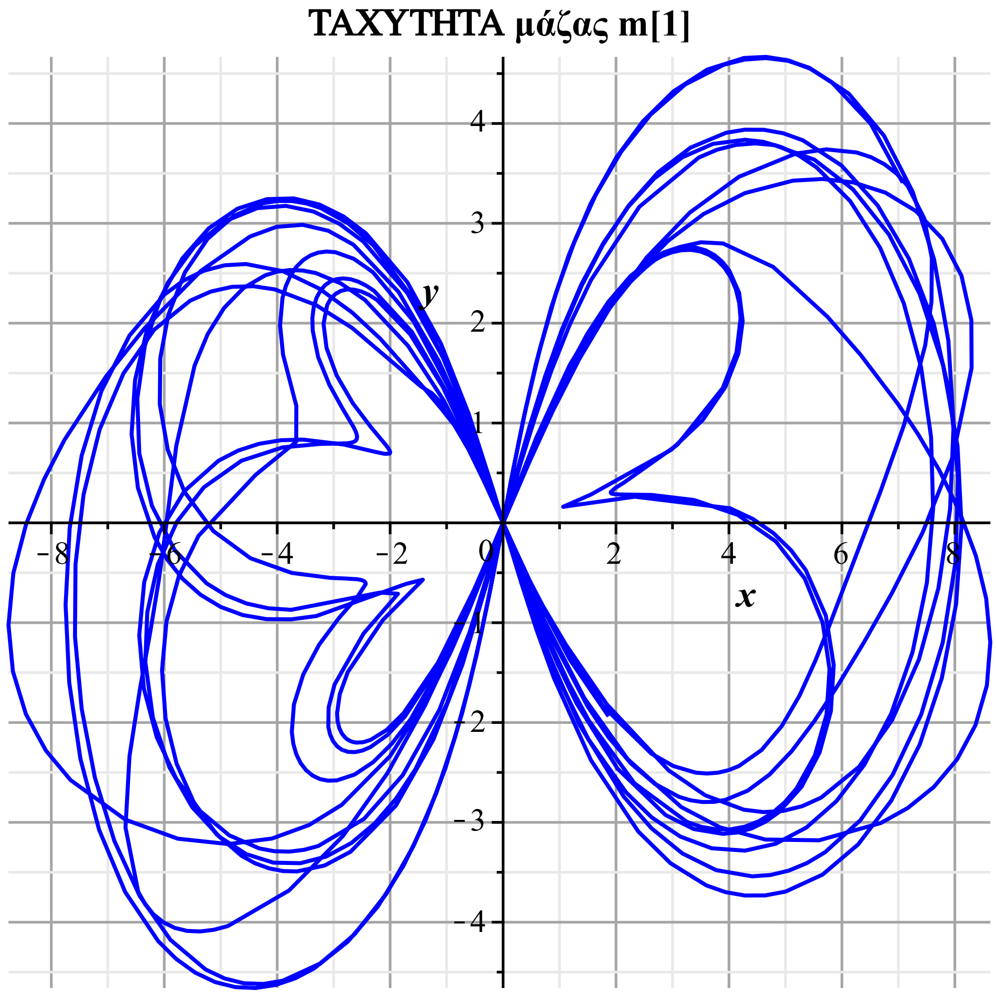
$$ics := \vartheta[1](0) = \frac{Pi}{7}, D(\vartheta[1])(0) = \frac{Pi}{2}, \vartheta[2](0) = \frac{Pi}{4}, D(\vartheta[2])(0) = -\frac{Pi}{3}$$

>

>

3a . ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΜΑΖΑΣ m_1

> *plot*([*XV1*, *YV1*, *t* = 0 ..50], *color* = *blue*, *thickness* = 1, *labels* = [*x*, *y*], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *gridlines*, *title* = "ΤΑΧΥΤΗΤΑ μάζας m[1]", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 14])



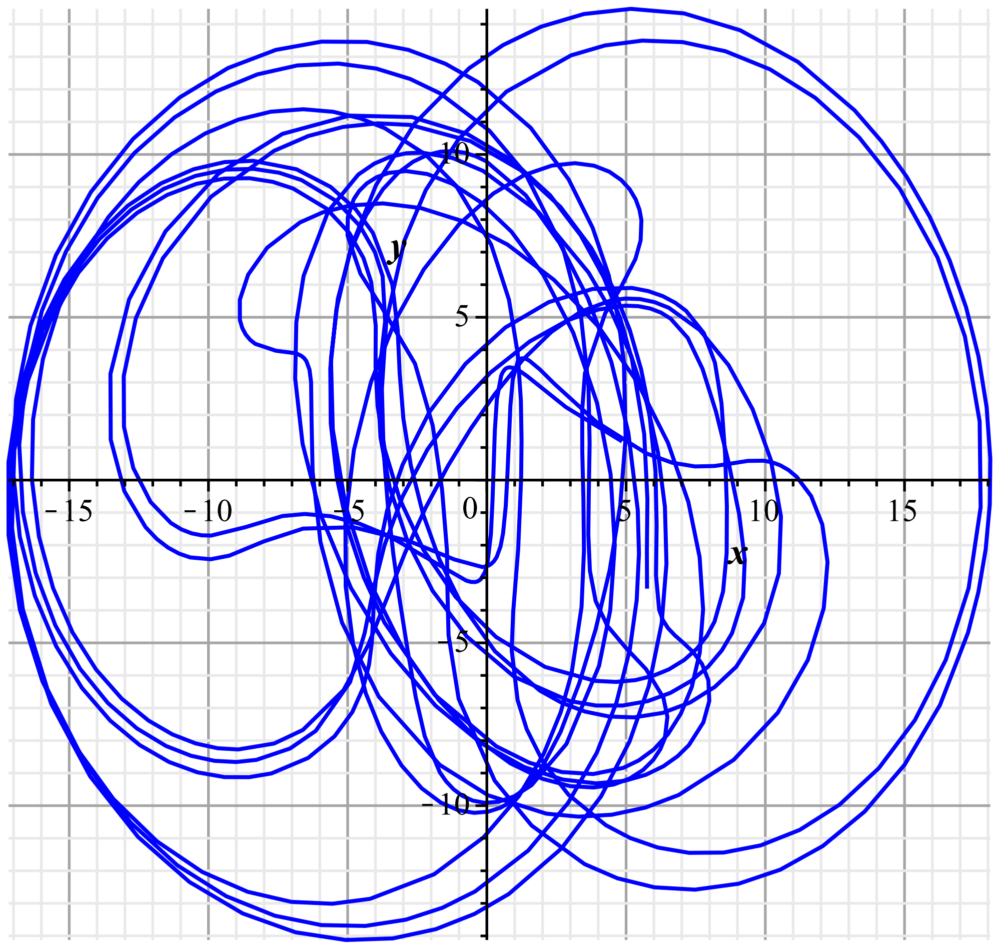
>

>

3b . ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΜΑΖΑΣ m_2

> *plot*([*XV2*, *YV2*, *t* = 0 ..50], *color* = *blue*, *thickness* = 1, *labels* = [*x*, *y*], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *gridlines*, *title* = "ΤΑΧΥΤΗΤΑ μάζας m[2]", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 14])

ΤΑΧΥΤΗΤΑ μάζας m[2]



>

4. ANIMATE

> *with*(*FileTools*)

[*AbsolutePath*, *AtEndOfFile*, *Basename*, *Binary*, *CanonicalPath*, *Compressed*, *Copy*, *Exists*, *Extension*, *Filename*, *Flush*, *Hash*, *IsDirectory*, *IsExecutable*, *IsLink*, *IsLockable*, *IsOpen*, *IsReadable*, *IsWritable*, *JoinPath*, *ListDirectory*, *Lock*, *MakeDirectory*, *ModificationTime*, *ParentDirectory*, *Position*, *Remove*, *RemoveDirectory*, *Rename*, *Size*, *SplitPath*, *Status*, *TemporaryDirectory*, *TemporaryFile*, *TemporaryFilename*, *Text*, *Unlock*, *Walk*] **(36)**

```
> SABBAS := JoinPath(["C:", "SPGABRIHLIDHS", "IMAGES", "BIOTOPOS.jpg"]) :
> SPG := ColorTools:-Color("RGB", [218/255, 223/255, 225/255]) :
>
> ANIMATROXIA := animate(plot, [[X[1], Y[1], t=0..S], color=blue, thickness=1], S=0..50, frames=100) :
> ANIMBTROXIA := animate(plot, [[X[2], Y[2], t=0..S], color=red, thickness=1], S=0..50, frames=100) :
>
> Opoint := pointplot([0, 0], color=black, symbol=solidcircle, symbolsize=15) :
> Apoint := animate(pointplot, [[X[1], Y[1]], color=blue, symbol=solidcircle, symbolsize
```

= 30], t = 0 ..50, frames = 100) :

> OAline := animate(plot, [[λ·X[1], λ·Y[1], λ = 0 ..1], color = blue, thickness = 3], t = 0 ..50, frames = 100) :

> Bpoint := animate(pointplot, [[X[2], Y[2]], color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 30], t = 0 ..50, frames = 100) :

> ABline := animate(plot, [[X[1] + λ·(X[2] − X[1]), Y[1] + λ·(Y[2] − Y[1]), λ = 0 ..1], color = red, thickness = 3], t = 0 ..50, frames = 100) :

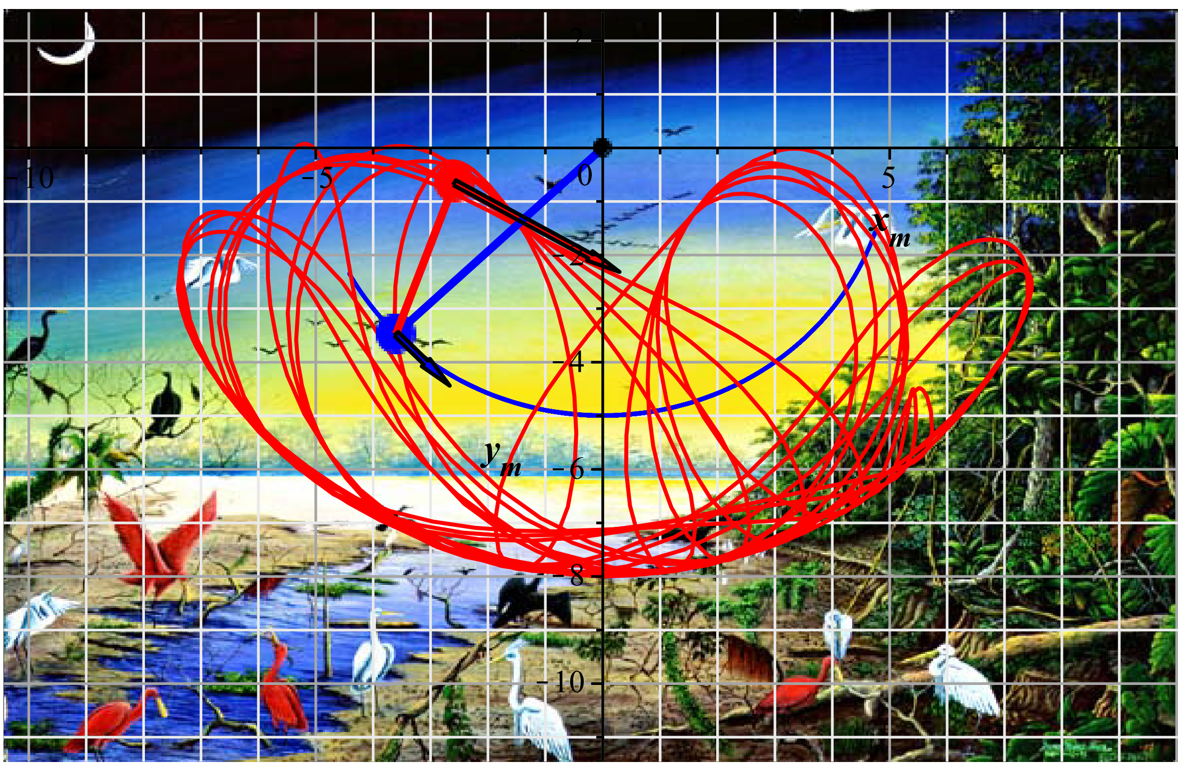
> Aarrow := animate(arrow, [⟨X[1], Y[1]⟩, 0.5·⟨XV1, YV1⟩, color = blue, width = 0.1, head_length = 0.6], t = 0 ..50, frames = 100) :

> Barrow := animate(arrow, [⟨X[2], Y[2]⟩, 0.5·⟨XV2, YV2⟩, color = red, width = 0.1, head_length = 0.6], t = 0 ..50, frames = 100) :

>

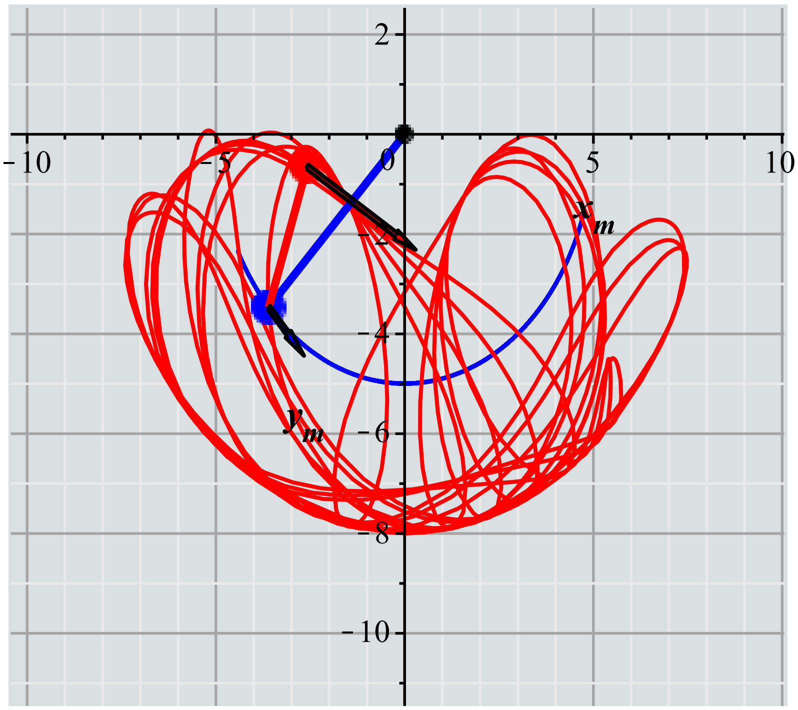
> display(ANIMATROXIA, ANIMBTROXIA, Opoint, Apoint, OAline, Bpoint, ABline, Aarrow, Barrow, labels = [x[m], y[m]], labelfont = [arial, bold, 14], title = "Animation DoublePendulum ΣΤΗ ΓΗ\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [arial, bold, 14], gridlines, background = SABBAS)

Animation DoublePendulum ΣΤΗ ΓΗ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



> display(ANIMATROXIA, ANIMBTROXIA, Opoint, Apoint, OAline, Bpoint, ABline, Aarrow, Barrow, labels = [x[m], y[m]], labelfont = [arial, bold, 14], title = "Animation DoublePendulum ΣΤΗ ΓΗ\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [arial, bold, 14], gridlines, background = SPG)

Animation DoublePendulum ΣΤΗ ΓΗ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



>

>