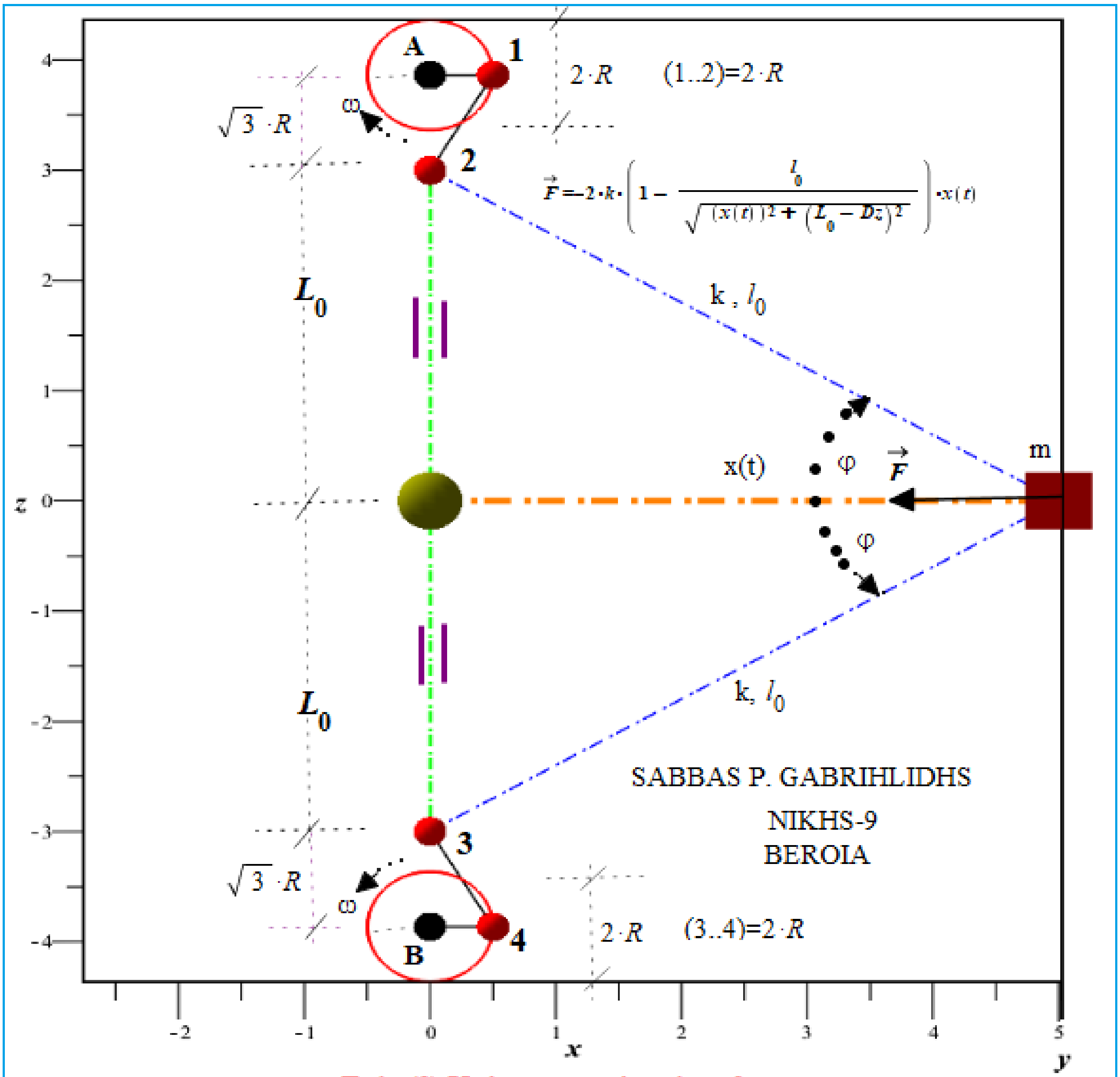
Εξαναγκασμένη Ταλάντωση με Εξωτερική Στιγμιαία και Περιοδική Διέγερση .

Σώμα μάζας m στη θέση $(L, 0)$ συνδέεται με δύο ίδια ελατήρια ,ελατηριακής σταθεράς k και φυσικού μήκους l_0 .

Το άλλο άκρο **2** και **3** των ελατηρίων αντίστοιχα διεγείρεται με ημιτονοειδή περιοδικότητα πλάτους P_0 , όπως φαίνεται στο σχήμα .

Τα άκρα **2** & **3** των ελατηρίων είναι υποχρεωμένα να κινούνται επί του κατακορύφου άξονος ΑΒ .
Να περιγραφεί η κίνηση .

Εξωτερική Ημιτονοειδής Διέγερση Πλάτους :P[0]=2$\cdot R$



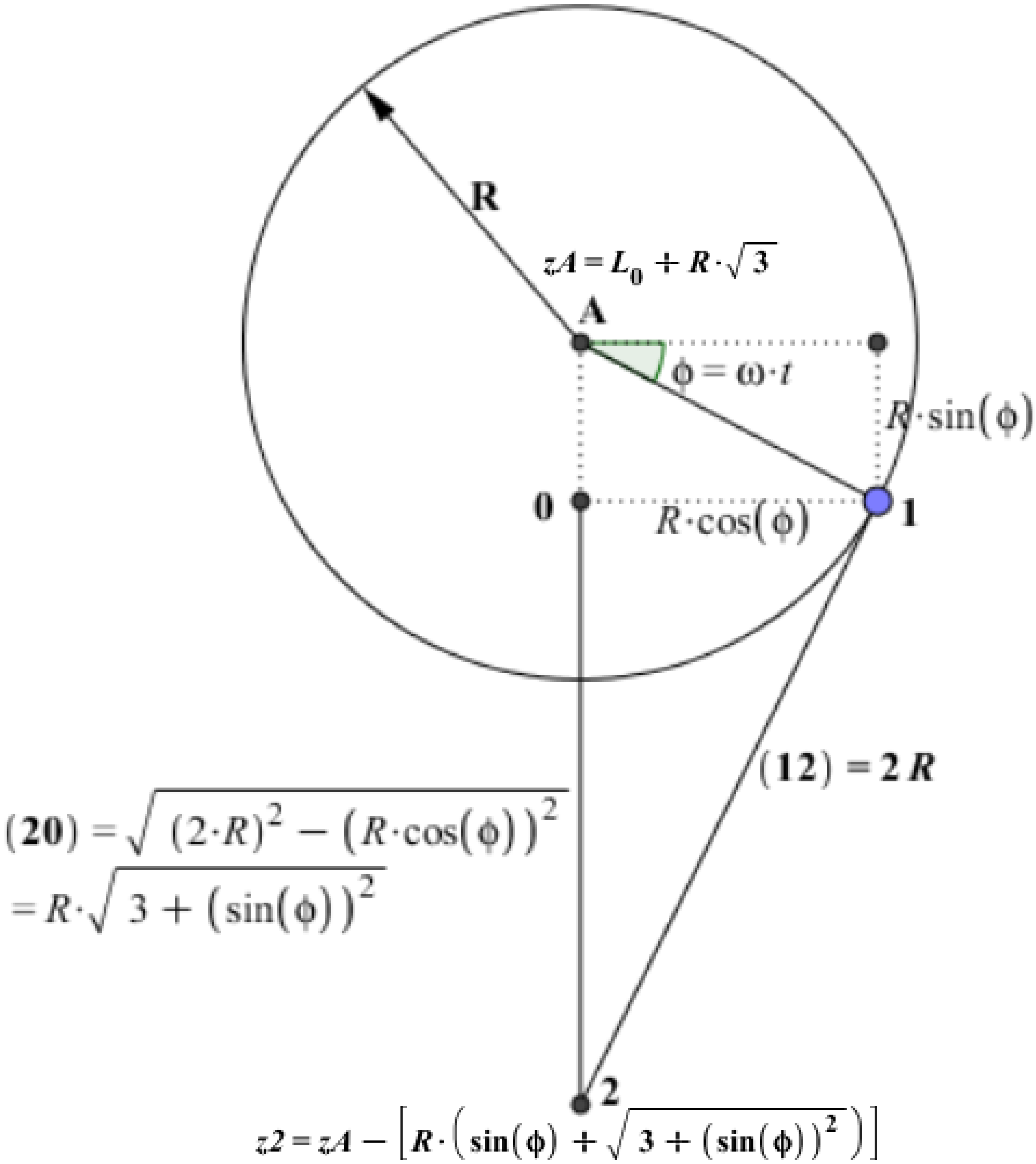
Τρία (3) Κρίσιμα σημεία γιά ω=0

$$O(0,0)\ ,\ M\left(\sqrt{l_0^2-L_0^2},0\right)\ ,\ N\left(-\sqrt{l_0^2-L_0^2},0\right)$$

$$z2 := L[0]+\sqrt{3}\cdot R-R\cdot\left(\sin(\omega\cdot t)+\sqrt{3+\sin^2(\omega\cdot t)}\right):$$

$$\vec{F}=-2\cdot k\cdot\left(1-\frac{l_0}{\sqrt{x(t)^2+z2^2}}\right)\cdot x(t):$$

SABBAS P. GABRIHLIDHS



Λεπτομέρεια

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΣΟΥΡΛΑΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ
ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ και ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ με τη χρήση του Maple

Σκεπτικό :
Έχουμε Συμμετρική διάταξη .
Η Δύναμη που ενεργεί στο σώμα ,λόγω συμμετρίας των Ελατηριακών δυνάμεων είναι :

$$\vec{F} = -2 \cdot k \cdot (l - l_0) \cdot \cos(\varphi) = -2 \cdot k \cdot \left(1 - \frac{l_0}{l}\right) \cdot l \cdot \cos(\varphi) :$$

όπου : k η ελατηριακή σταθερά ,
l το τρέχον μήκος των ελατηρίων ,
l_0 το φυσικό μήκος των ελατηρίων ,
φ η γωνία ως προς την διεύθυνση της κίνησης (όπως φαίνεται στο σχήμα).

Είναι :Λόγω υποχρεωτικής κίνησης των 2,3 επί του άξονα z : $Dz_{(2,3)} = R \cdot \left[\sin(\omega \cdot t) - \sqrt{3} + \sqrt{3 + (\sin(\omega \cdot t))^2}\right]$

Με λίγη τριγωνομετρία .!

$$l = \sqrt{x(t)^2 + (L_0 - Dz)^2} :$$

$$\cos(\varphi) = \frac{x(t)}{l} :$$

Επομένως : $\vec{F} = -2 \cdot k \cdot \left(1 - \frac{l_0}{\sqrt{x(t)^2 + (L_0 - Dz)^2}}\right) \cdot x(t) :$

ΛΥΝΟΝΤΑΣ ΤΗΝ ΑΣΚΗΣΗ Και με ΔΥΝΑΜΙΚΗ κατά Lagrange έχουμε τα ίδια Αποτελέσματα .

ΔΕΝ ΠΡΟΣΘΕΤΟΥΜΕ ΣΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟ ΣΚΕΛΟΣ ΤΗΣ Δ.Ε. ΤΗΣ ΚΙΝΗΣΗΣ .

ΤΗΝ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ ΤΗΝ ΛΑΒΑΜΕ ΥΠΟΨΗ ΔΙΑΜΟΡΦΩΝΟΝΤΑΣ ΤΗΝ $\vec{F}$.!!!

Η κίνηση περιγράφεται από την Διαφορική Εξίσωση :

$$ode := m\cdot diff(x(t), t\$2) + 2\cdot k\cdot\left(1 - \frac{l[0]}{\mathrm{sqrt}\left((x(t))^2 + (L[0]-Dz)^2\right)}\right)\cdot x(t) = 0$$

όπου : $Dz := R\cdot\left(\sin(\omega\cdot t) - \sqrt{3} + \sqrt{3 + (\sin(\omega\cdot t))^2}\right)$

```
> 
> with(Physics[Vectors]) :
> Setup(mathematicalnotation = true) :
> with(plots) :
> with(plottools) :
> with(DEtools) :
> L[0] := 3 :
> R := 1 :
> ω := 0.5 :
> l[0] := 5 :
> m := 10 :
> k := 10 :
> P[0] := 2·R :
```

$$> Dz := R\cdot\left(\sin(\omega\cdot t) - \sqrt{3} + \sqrt{3 + (\sin(\omega\cdot t))^2}\right)$$

$$Dz := \sin(0.5\,t) - \sqrt{3} + \sqrt{3 + \sin(0.5\,t)^2} \qquad (1)$$

$$> ode := m\cdot diff(x(t), t\$2) + 2\cdot k\cdot\left(1 - \frac{l[0]}{\mathrm{sqrt}\left((x(t))^2 + (L[0]-Dz)^2\right)}\right)\cdot x(t) = 0$$

$$ode := 10\,\ddot{x}(t) + 20\left(1 - \frac{5}{\sqrt{x(t)^2 + \left(3 - \sin(0.5\,t) + \sqrt{3} - \sqrt{3 + \sin(0.5\,t)^2}\right)^2}}\right)x(t) = 0 \qquad (2)$$

>

Το ελατήριο με (τρέχον μήκος l) $\neq$ ($l[0]$ του φυσικού του μήκους) την στιγμή t=0 .

>

A := Αρχική απομάκρυνση της μάζας από το κρίσιμο σημείο : $M\left(\sqrt{l_0^2 - L_0^2}, 0\right)$

>

```
> A := 1
```

$$A := 1 \qquad (3)$$

> $ics := x(0) = \sqrt{l[0]^2 - L[0]^2} + A,\ D(x)(0) = 0$

$$ics := x(0) = 5,\ D(x)(0) = 0 \tag{4}$$

> $sol := dsolve(\{ode, ics\}, numeric, output = listprocedure)$

$$sol := [t = \textbf{proc}(t)\ \ldots\ \textbf{end proc},\ x(t) = \textbf{proc}(t)\ \ldots\ \textbf{end proc},\ \dot{x}(t) = \textbf{proc}(t)\ \ldots\ \textbf{end proc}] \tag{5}$$

> $sol[2](0)$

$$x(t)(0) = 5. \tag{6}$$

> $sol[3](0)$

$$(\dot{x}(t))(0) = 0. \tag{7}$$

> $sol[2](31.4)$

$$x(t)(31.4) = 4.09220002960914 \tag{8}$$

> $sol[2](302)$

$$x(t)(302) = 7.13415216650275 \tag{9}$$

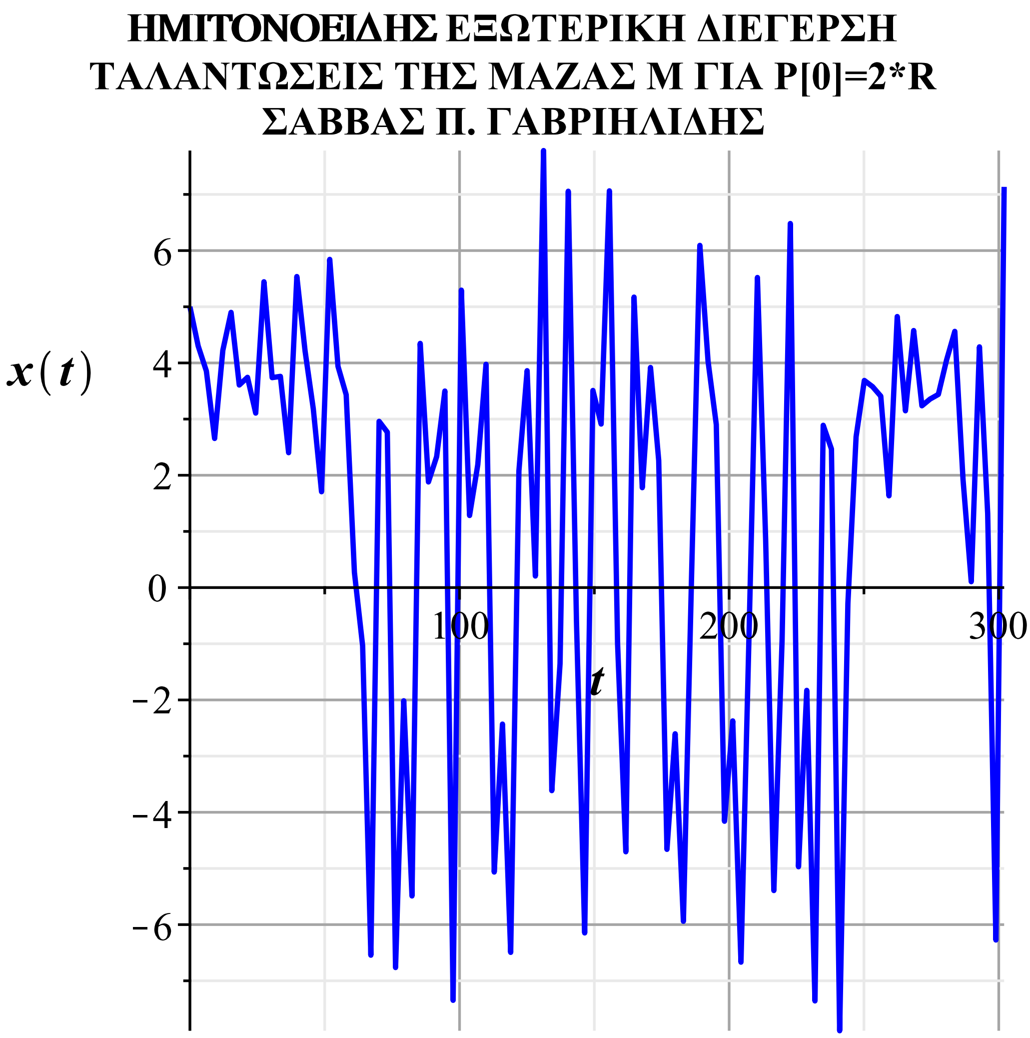
>

> $f := rhs(sol[2](t)) = 0$

$$f := x(t)(t) = 0 \tag{10}$$

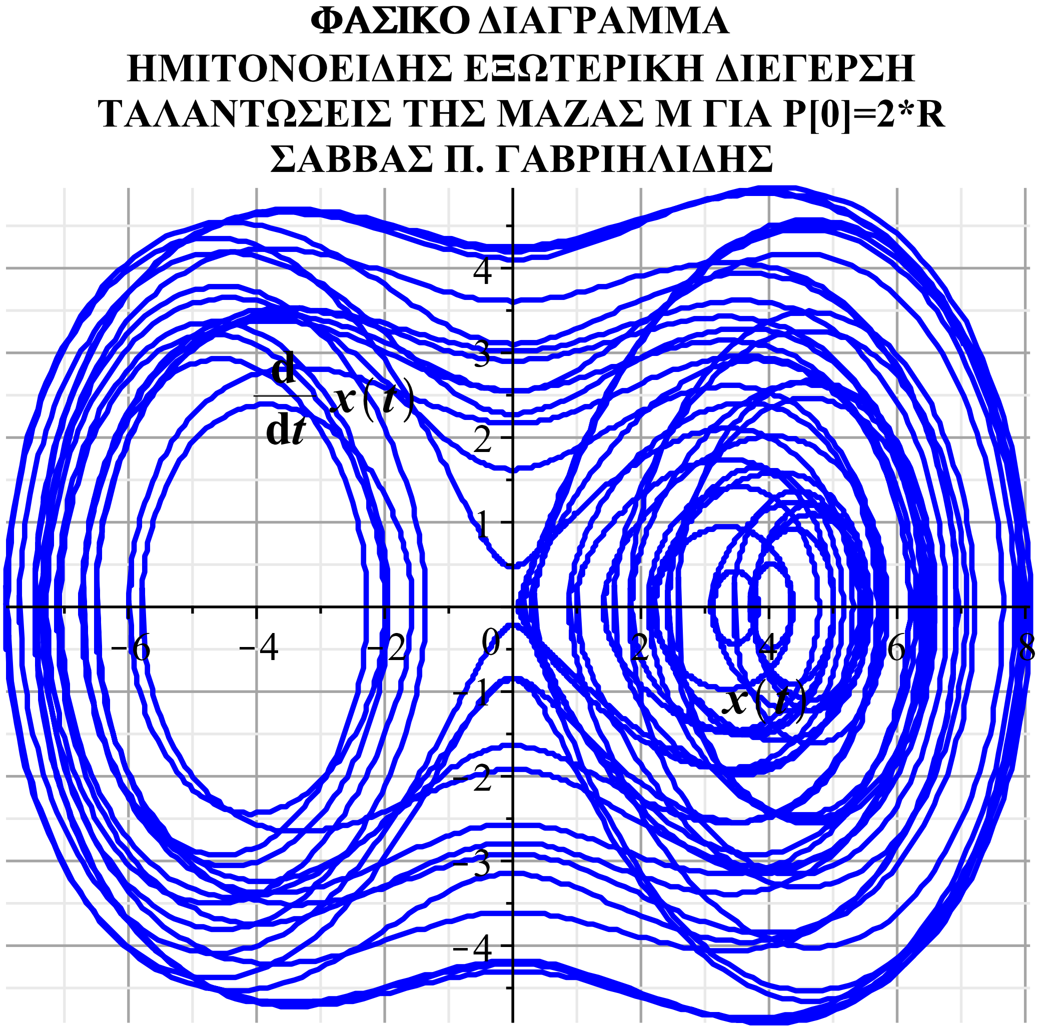
>

> odeplot(sol, [t, x(t)], 0 ..302, axis = [gridlines], color = blue, thickness = 2, labels = [t, x(t)], labelfont = [arial, bold, 14], numpoints = 100, title = "ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ\nΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ Μ ΓΙΑ P[0]=2·R\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [arial, bold, 12])



> odeplot(sol, [x(t), $\dot{x}(t)$], 0 ..302, axis = [gridlines], color = blue, thickness = 2, labels

$= [x(t), \dot{x}(t)]$, *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *numpoints* = 10000, *title* = "ΦΑΣΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ\nΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ\nΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ Μ ΓΙΑ P[0]=2·R\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 12])



\>

\>

\>

\>

\>

ΕΦΑΡΜΟΓΗ :(ode,ics).

\> $xA := 0$

$$xA := 0 \tag{11}$$

\> $zA := L_0 + \sqrt{3} \cdot R$

$$zA := 3 + \sqrt{3} \tag{12}$$

\> $x1 := xA + R \cdot \cos(\omega \cdot t)$

$$x1 := \cos(0.5\, t) \tag{13}$$

\> $z1 := zA - R \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$$z1 := 3 + \sqrt{3} - \sin(0.5\, t) \tag{14}$$

\> $x2 := 0$

(15)

$$x2 := 0 \quad (15)$$

> $z2 := z1 - \mathrm{sqrt}((2 \cdot R)^2 - (x1 - x2)^2)$

$$z2 := 3 + \sqrt{3} - \sin(0.5\, t) - \sqrt{4 - \cos(0.5\, t)^2} \quad (16)$$

> $x0 := 0$

$$x0 := 0 \quad (17)$$

> $z0 := 0$

$$z0 := 0 \quad (18)$$

> $x3 := 0$

$$x3 := 0 \quad (19)$$

> $z3 := -z2$

$$z3 := -3 - \sqrt{3} + \sin(0.5\, t) + \sqrt{4 - \cos(0.5\, t)^2} \quad (20)$$

> $xB := 0$

$$xB := 0 \quad (21)$$

> $zB := -L[0] - \sqrt{3} \cdot R$

$$zB := -3 - \sqrt{3} \quad (22)$$

> $x4 := x1$

$$x4 := \cos(0.5\, t) \quad (23)$$

> $z4 := -z1$

$$z4 := -3 - \sqrt{3} + \sin(0.5\, t) \quad (24)$$

>

> $xm := rhs(sol[2](t))$

$$xm := x(t)(t) \quad (25)$$

> $zm := 0$

$$zm := 0 \quad (26)$$

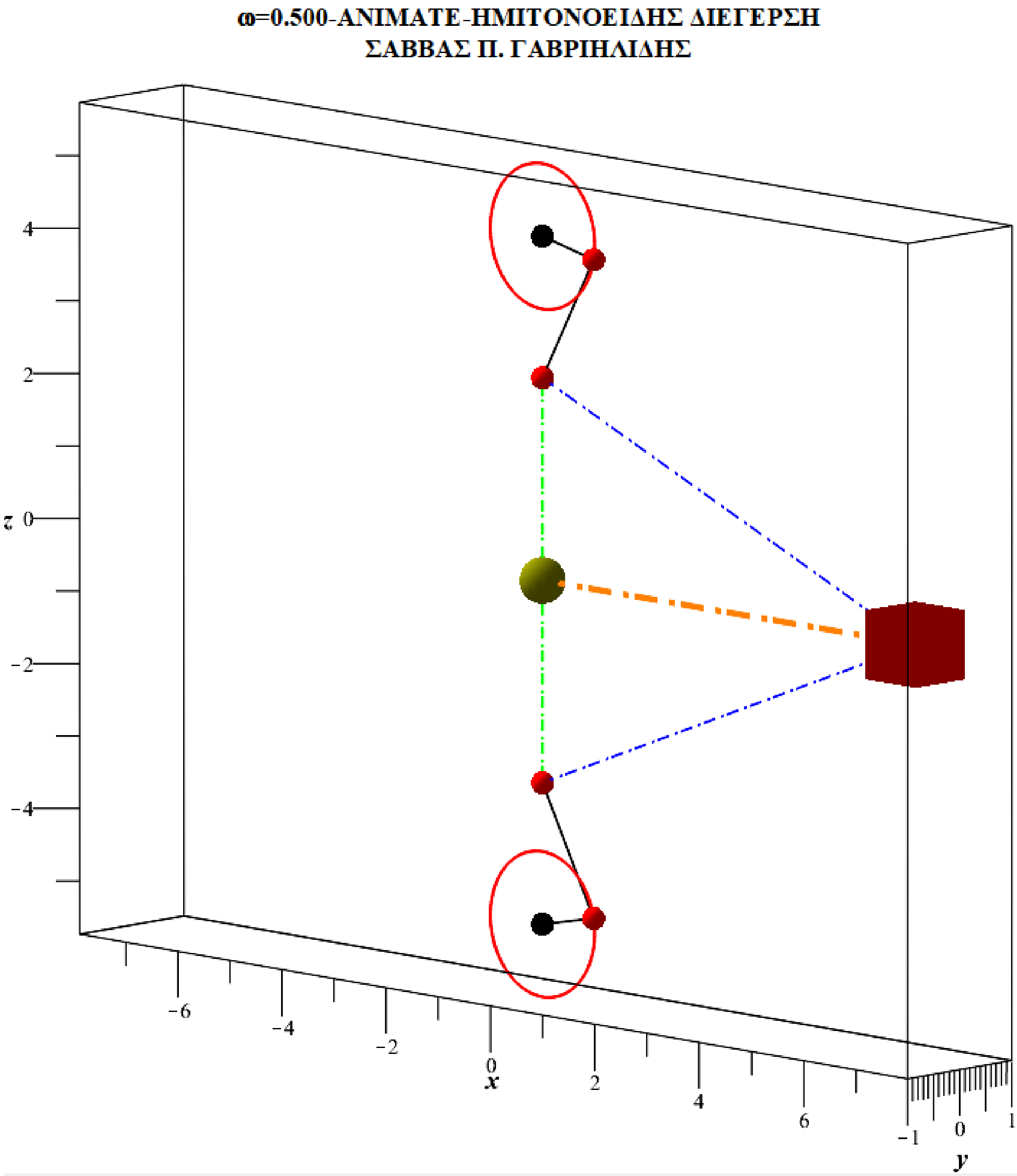
>

```
> p0 := point([x0, 0, z0], color = olive, symbol = solidcircle, symbolsize = 20) :
> pA := point([0, 0, zA], color = black, symbol = solidcircle, symbolsize = 10) :
> p1 := display(seq(point([x1, 0, z1], color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 10), t = 0
      ..302, 1), insequence = true) :
> p2 := display(seq(point([x2, 0, z2], color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 10), t = 0
      ..302, 1), insequence = true) :
> p3 := display(seq(point([x3, 0, z3], color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 10), t = 0
      ..302, 1), insequence = true) :
> p4 := display(seq(point([x4, 0, z4], color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 10), t = 0
      ..302, 1), insequence = true) :
> pB := point([0, 0, zB], color = black, symbol = solidcircle, symbolsize = 10) :
> PM := display(seq(point([xm, 0, 0], color = red, symbol = solidbox, symbolsize = 30), t = 0
      ..302, 1), insequence = true) :
>
> LA1 := display(seq(line([0, 0, zA], [x1, 0, z1], color = black, thickness = 1), t = 0 ..302, 1),
      insequence = true) :
> L12 := display(seq(line([x1, 0, z1], [x2, 0, z2], color = black, thickness = 1), t = 0 ..302, 1),
      insequence = true) :
> L02 := display(seq(line([x0, 0, z0], [x2, 0, z2], color = green, thickness = 2, linestyle = 4), t
      = 0 ..302, 1), insequence = true) :
> L03 := display(seq(line([x0, 0, z0], [x3, 0, z3], color = green, thickness = 2, linestyle = 4), t
      = 0 ..302, 1), insequence = true) :
```

```
> L34 := display(seq(line([x3, 0, z3], [x4, 0, z4], color = black, thickness = 1), t = 0..302, 1),
      insequence = true) :
> LB4 := display(seq(line([0, 0, zB], [x4, 0, z4], color = black, thickness = 1), t = 0..302, 1),
      insequence = true) :
> LOPM := display(seq(line([x0, 0, z0], [xm, 0, 0], color = coral, thickness = 4, linestyle = 4), t
      = 0..302, 1), insequence = true) :
> L2PM := display(seq(line([x2, 0, z2], [xm, 0, 0], color = blue, thickness = 1, linestyle = 4), t
      = 0..302, 1), insequence = true) :
> L3PM := display(seq(line([x3, 0, z3], [xm, 0, 0], color = blue, thickness = 1, linestyle = 4), t
      = 0..302, 1), insequence = true) :
>
> c1 := spacecurve([xA + R·sin(b1), 0, zA + R·cos(b1)], b1 = 0..2·Pi, thickness = 2, color
      = red) :
> c2 := spacecurve([xB + R·sin(b1), 0 , zB + R·cos(b1)], b1 = 0..2·Pi, thickness = 2, color
      = red) :
> la := sqrt((x2 - rhs(sol[2](t)))^2 + (0 - 0)^2 + (z2-0)^2)
```

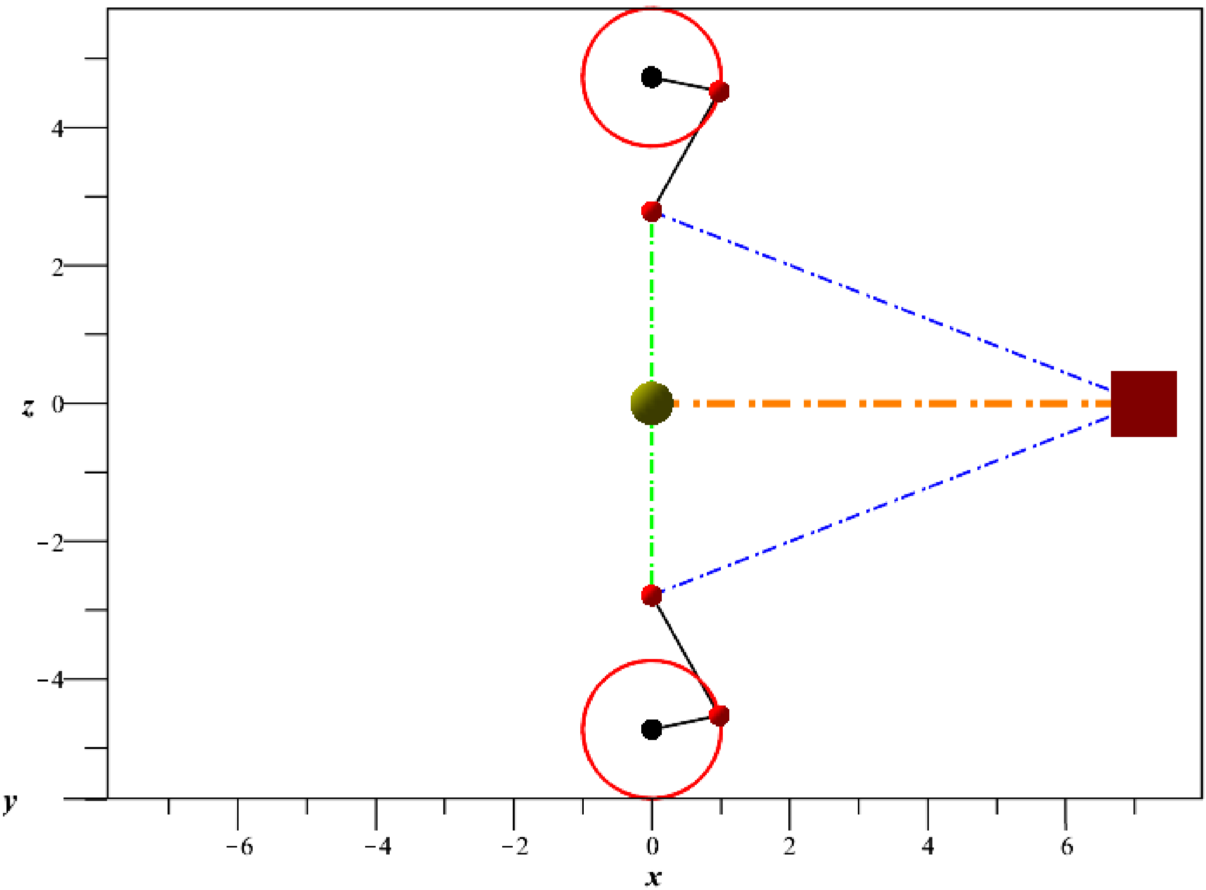
$$la := \sqrt{x(t)(t)^2 + \left(3 + \sqrt{3} - \sin(0.5\, t) - \sqrt{4 - \cos(0.5\, t)^2}\right)^2} \tag{27}$$

```
>
> display(p0, pA, p1, p2, p3, p4, pB, PM, LA1, L12, L02, L03, L34, LB4, c1, c2, LOPM, L2PM,
      L3PM, orientation = [-45, 80, 0], scaling = constrained, labels = [x, y, z], labelfont
      = [arial, 14, bold], title
      = "ω=0.500-ANIMATE-ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗ\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ",
      titlefont = [arial, bold, 14]) :
```



> *display*(*p0*, *pA*, *p1*, *p2*, *p3*, *p4*, *pB*, *PM*, *LA1*, *L12*, *L02*, *L03*, *L34*, *LB4*, *c1*, *c2*, *LOPM*, *L2PM*, *L3PM*, *orientation* = [0, 90, 90], *scaling* = *constrained*, *labels* = [*x*, *y*, *z*], *labelfont* = [*arial*, 14, *bold*], *title* = "ω=0.500 -ANIMATE-ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗ\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ\nΠΡΟΒΟΛΗ ΣΤΟ (XOZ)", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 14]) :

ω=0.500 -ANIMATE-ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΔΙΕΓΕΡΣΗ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ
ΠΡΟΒΟΛΗ ΣΤΟ (ΧΟΖ)



>
>
>

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΚΑΤΑ LAGRANGE

Το Σύστημα έχει έναν(1) Βαθμό Ελευθερίας (Β.Ε.)
Γενικευμένη Συντεταγμένη η x(t) .

$X\_ := x(t)\cdot\_i$

$$\vec{X} := x(t)\ \hat{i}$$

$v\_[m] := diff(X\_, t)$

$$\vec{v}_{10} := \dot{x}(t)\ \hat{i}$$

$v\_[m].v\_[m]$

$$\dot{x}(t)^2 \qquad (30)$$

$a\_[m] := diff(X\_, t\$2)$

$$\vec{a}_{10} := \ddot{x}(t)\ \hat{i}$$

$L[0] := 3 :$
$R := 1 :$
$\omega := 0.5 :$
$l[0] := 5 :$
$m := 10 :$
$k := 10 :$
$P[0] := 2\cdot R :$
$Dz := R\cdot\left(\sin(\omega\cdot t)-\sqrt{3}+\sqrt{3+(\sin(\omega\cdot t))^2}\right) :$
$l = \sqrt{x(t)^2+(L_0-Dz)^2} :$
$\vec{F} = -2\cdot k\cdot\left(1-\frac{l_0}{\sqrt{x(t)^2+(L_0-Dz)^2}}\right)\cdot x(t) :$
$Int\left(-2\cdot k\cdot\left(1-\frac{l_0}{\sqrt{x^2+(L_0-Dz)^2}}\right)\cdot x, x\right) = int\left(-2\cdot k\cdot\left(1-\frac{l_0}{\sqrt{x^2+(L_0-Dz)^2}}\right)\cdot x, x\right) = -2\,k\left(-l_0\sqrt{Dz^2-2\,Dz\,L_0+x^2+L_0^2}+\frac{1}{2}x^2\right) :$

\>

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ Lagrange (1) .

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}L\right)-\frac{\partial}{\partial q_i}L = 0, i = 1, 2, ..n \Rightarrow \text{Δ.Ε. (Διαφορικές Εξισώσεις Κίνησης)}$$

Όπου :
$L(q, \dot{q}, t) = T(q, \dot{q}, t) - V(q, t)$

$T := \frac{1}{2}\cdot m\cdot(30) :$
$U := 2\,k\left(-l_0\sqrt{Dz^2-2\,Dz\,L_0+x(t)^2+L_0^2}+\frac{1}{2}x(t)^2\right) :$
$L := T - U$

$$L := 5\,\dot{x}(t)^2+100\sqrt{\left(\sin(0.5\,t)-\sqrt{3}+\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}\right)^2-6\sin(0.5\,t)+6\sqrt{3}-6\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}+x(t)^2+9}-10\,x(t)^2$$

$diff(L, \dot{x}(t))$

$$10\,\dot{x}(t) \qquad (33)$$

$diff((33), t)$

$$10\,\ddot{x}(t) \qquad (34)$$

$diff(L, x(t))$

$$\frac{100\,x(t)}{\sqrt{\left(\sin(0.5\,t)-\sqrt{3}+\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}\right)^2-6\sin(0.5\,t)+6\sqrt{3}-6\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}+x(t)^2+9}}-20\,x(t) \qquad (35)$$

$ode1a := (34)-(35) = 0$

$$ode1a := 10\,\ddot{x}(t)-\frac{100\,x(t)}{\sqrt{\left(\sin(0.5\,t)-\sqrt{3}+\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}\right)^2-6\sin(0.5\,t)+6\sqrt{3}-6\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}+x(t)^2+9}}+20\,x(t) = 0$$

$expand\left(\left(\sin(0.5\,t)-\sqrt{3}+\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}\right)^2-6\sin(0.5\,t)+6\sqrt{3}-6\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}+9\right)$

$$15-6\sin(0.5\,t)+6\sqrt{3}-6\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}+2\sin(0.5\,t)^2-2\sin(0.5\,t)\sqrt{3}+2\sin(0.5\,t)\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}-2\sqrt{3}\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}$$

$expand\left(\left(3-\sin(0.5\,t)+\sqrt{3}-\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}\right)^2\right)$

$$15-6\sin(0.5\,t)+6\sqrt{3}-6\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}+2\sin(0.5\,t)^2-2\sin(0.5\,t)\sqrt{3}+2\sin(0.5\,t)\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}-2\sqrt{3}\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}$$

$ode1 := 10\,\ddot{x}(t)-\frac{100\cdot x(t)}{\sqrt{x(t)^2+\left(3-\sin(0.5\,t)+\sqrt{3}-\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}\right)^2}}+20\cdot x(t) = 0$

$$ode1 := 10\,\ddot{x}(t)-\frac{100\,x(t)}{\sqrt{x(t)^2+\left(3-\sin(0.5\,t)+\sqrt{3}-\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}\right)^2}}+20\,x(t) = 0$$

ΠΡΟΕΚΥΨΕ Η ΙΔΙΑ Διαφορική Εξίσωση με την : $ode := 10\,\ddot{x}(t)+20\left(1-\frac{5}{\sqrt{x(t)^2+\left(3-\sin(0.5\,t)+\sqrt{3}-\sqrt{3+\sin(0.5\,t)^2}\right)^2}}\right)x(t) = 0$

>

>

1. ΥΠΟ ΜΟΡΦΗ ΑΥΤΟΝΟΜΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ :

Η Δ.Ε. $ode := 10\,\ddot{x}(t) + 20\left(1 - \frac{5}{\sqrt{x(t)^2 + \left(3 - \sin(0.5\,t) + \sqrt{3} - \sqrt{3 + \sin(0.5\,t)^2}\right)^2}}\right)x(t) = 0$ γράφεται :

> $diff(x(t), t) = y(t)$

$$\dot{x}(t) = y(t) \tag{28}$$

> $diff(y(t), t) = -2\cdot\left(1 - \frac{5}{\sqrt{x(t)^2 + \left(3 - \sin(z(t)) + \sqrt{3} - \sqrt{3 + \sin(z(t))^2}\right)^2}}\right)\cdot x(t)$

$$\dot{y}(t) = -2\left(1 - \frac{5}{\sqrt{x(t)^2 + \left(3 - \sin(z(t)) + \sqrt{3} - \sqrt{3 + \sin(z(t))^2}\right)^2}}\right)x(t) \tag{29}$$

> $diff(z(t), t) = 0.5$

$$\dot{z}(t) = 0.5 \tag{30}$$

>

> $sysS1 :=$ **(28), (29), (30)**

$$sysS1 := \dot{x}(t) = y(t), \dot{y}(t) = -2\left(1 - \frac{5}{\sqrt{x(t)^2 + \left(3 - \sin(z(t)) + \sqrt{3} - \sqrt{3 + \sin(z(t))^2}\right)^2}}\right)x(t), \dot{z}(t) = 0.5 \tag{31}$$

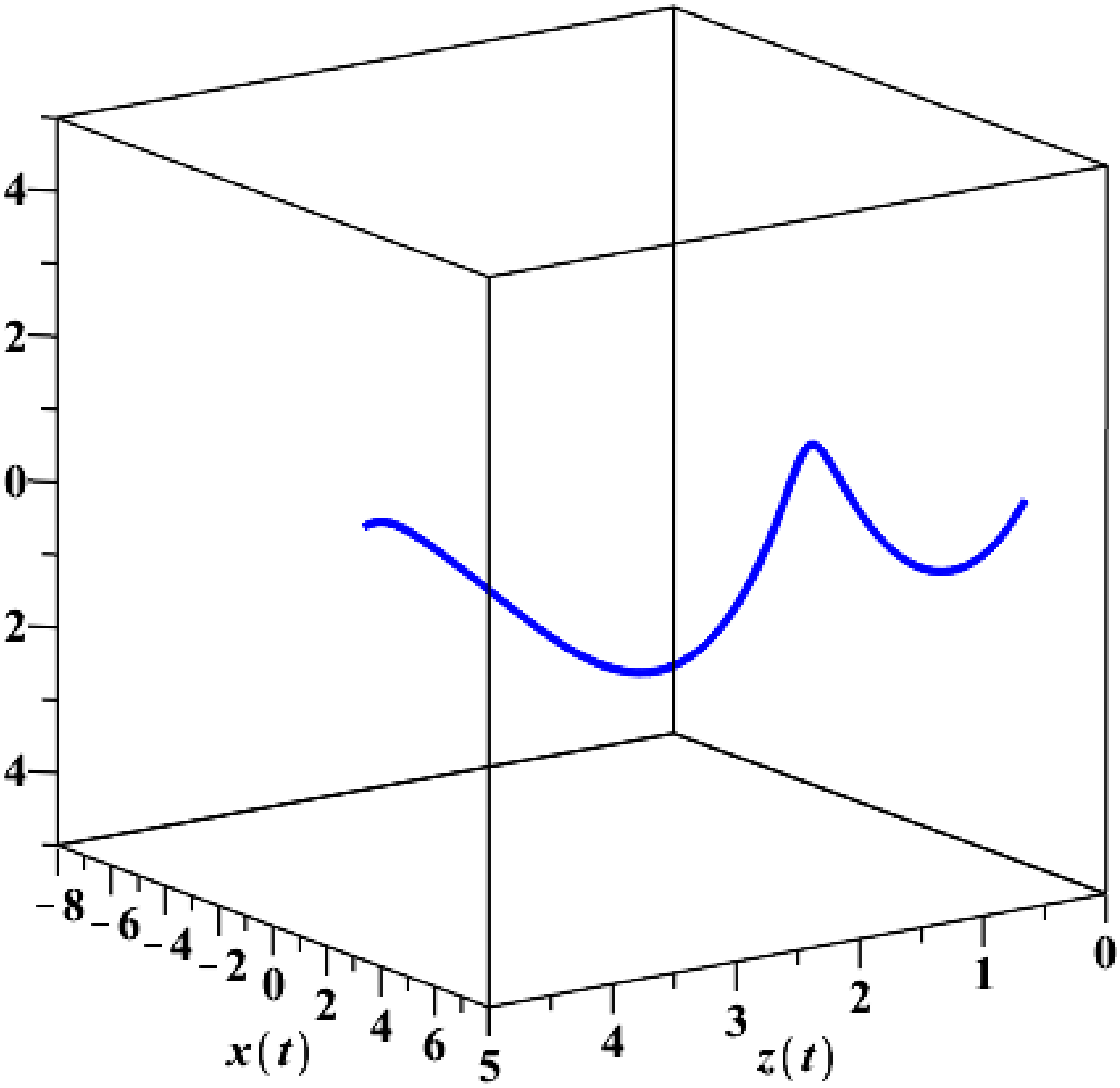
> $icsS1 := x(0) = 5, y(0) = 0, z(0) = 0$

$$icsS1 := x(0) = 5, y(0) = 0, z(0) = 0 \tag{32}$$

>

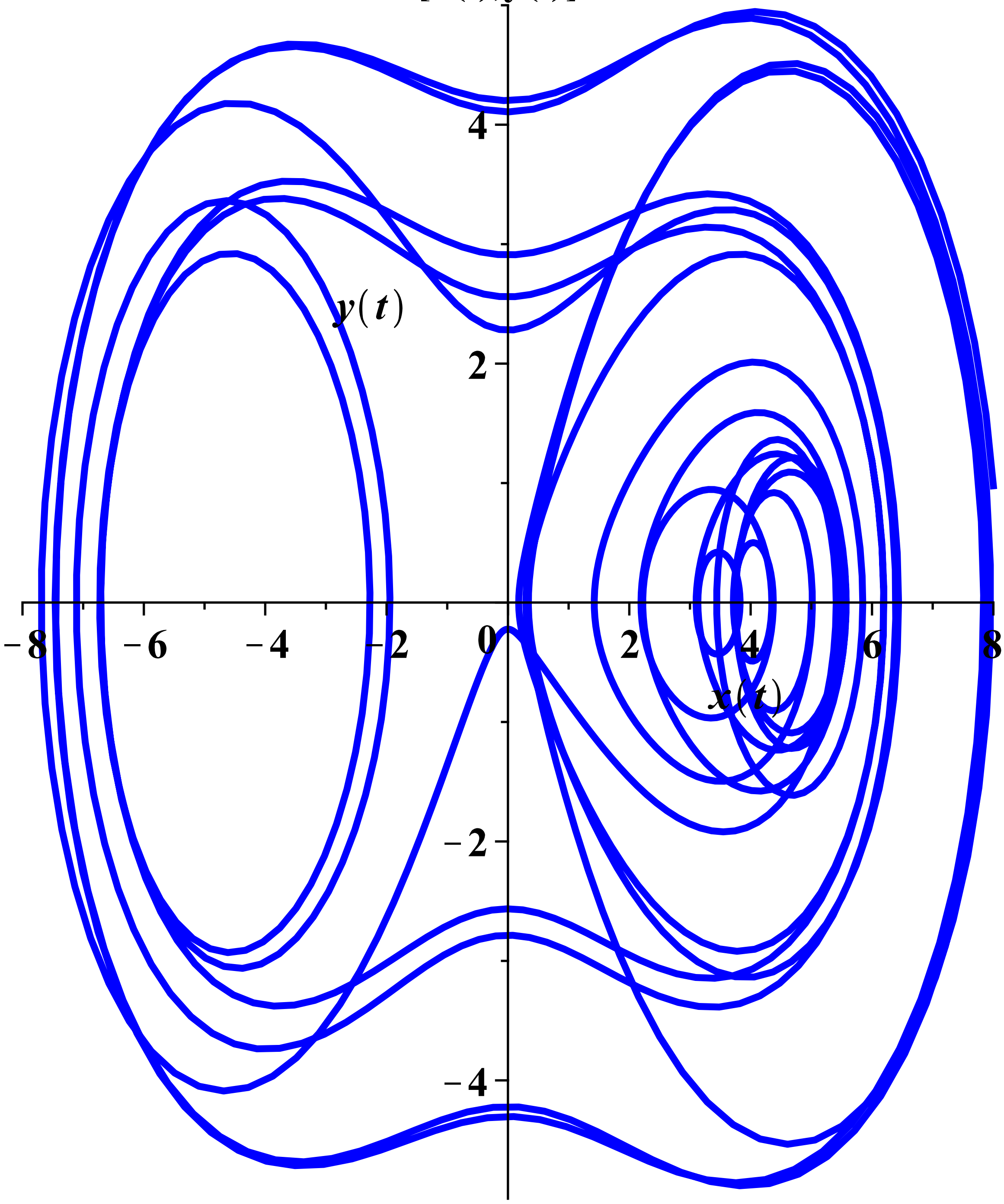
> DEplot3d([sysS1], [x(t), y(t), z(t)], t = 0 ..151, x = -8 ..8, y = -5 ..5, z = 0 ..5, [[icsS1]], linecolor = blue, maxfun = 50000, stepsize = 0.1, scene = [z(t), x(t), y(t)], labelfont = [arial, bold, 14], title = "ΦΑΣΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ-PHASEPORTRAIT\n[z(t),x(t),y(t)] ", font = [arial, bold, 14])

ΦΑΣΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ-PHASEPORTRAIT
[z(t),x(t),y(t)]



> *DEplot*([*sysS1*], [*x*(*t*), *y*(*t*), *z*(*t*)], *t* = 0 ..151, *x* = −8 ..8, *y* = −5 ..5, *z* = 0 ..5, [[*icsS1*]], *linecolor* = *blue*, *maxfun* = 50000, *stepsize* = 0.1, *scene* = [*x*(*t*), *y*(*t*)], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *title* = "ΦΑΣΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ−PHASEPORTRAIT\n[x(t),y(t)] " , *font* = [*arial*, *bold*, 14])

ΦΑΣΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ-PHASEPORTRAIT
[x(t),y(t)]



\>

ΚΡΙΣΙΜΑ ΣΗΜΕΙΑ ΣΤΟ ΕΠΙΠΕΔΟ X-Y για ω=0 το σύστημα παίρνει την μορφή :

\> *rhs*((**28**)) = 0

$$y(t) = 0 \tag{33}$$

\> *evalf*(*subs*($z(t) = \mathbf{0}$, *rhs*((**29**))) = 0)

$$-2. \left(1. - \frac{5.}{\sqrt{x(t)^2 + 9.000000000}}\right) x(t) = 0. \tag{34}$$

\> *solve*((**34**), $x(t)$)

$$0., 4., -4. \tag{35}$$

>

Τρία Κρίσιμα Σημεία :(0,0),(4,0),(-4,0) .

>

>

2. ΥΠΟ ΜΟΡΦΗ ΜΗ ΑΥΤΟΝΟΜΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ :

Η Δ.Ε. $ode := 10\,\ddot{x}(t) + 20\left(1 - \frac{5}{\sqrt{x(t)^2 + \left(3 - \sin(0.5\,t) + \sqrt{3} - \sqrt{3 + \sin(0.5\,t)^2}\right)^2}}\right)x(t) = 0$ γράφεται :

> $diff(x(t), t) = y(t)$

$$\dot{x}(t) = y(t) \tag{36}$$

> $diff(y(t), t) = -2\cdot\left(1 - \frac{5}{\sqrt{x(t)^2 + \left(3 - \sin(\omega\cdot t) + \sqrt{3} - \sqrt{3 + \sin(\omega\cdot t)^2}\right)^2}}\right)\cdot x(t)$

$$\dot{y}(t) = -2\left(1 - \frac{5}{\sqrt{x(t)^2 + \left(3 - \sin(0.5\,t) + \sqrt{3} - \sqrt{3 + \sin(0.5\,t)^2}\right)^2}}\right)x(t) \tag{37}$$

> $sysS2 :=$ **(36), (37)**

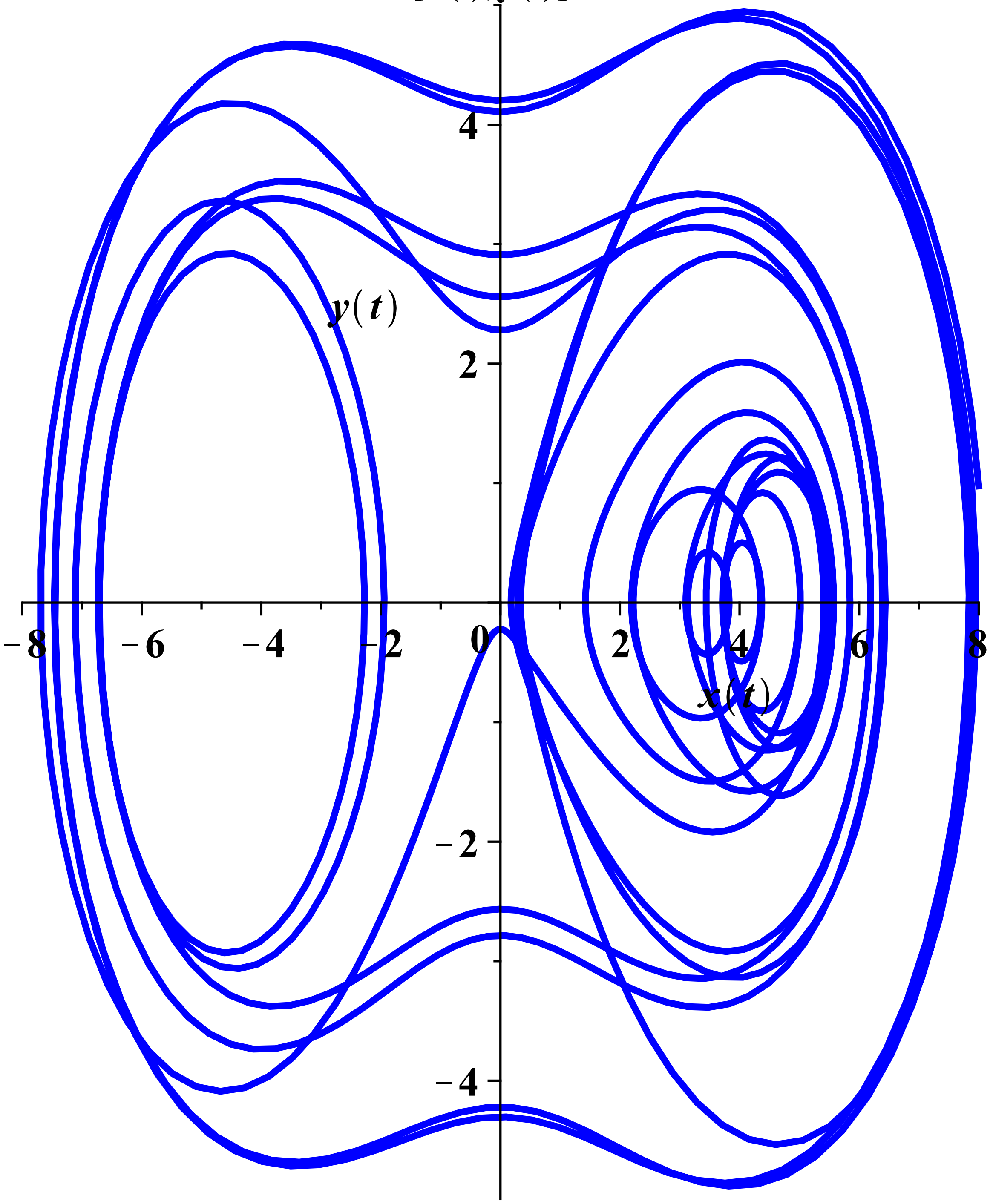
$$sysS2 := \dot{x}(t) = y(t), \dot{y}(t) = -2\left(1 - \frac{5}{\sqrt{x(t)^2 + \left(3 - \sin(0.5\,t) + \sqrt{3} - \sqrt{3 + \sin(0.5\,t)^2}\right)^2}}\right)x(t) \tag{38}$$

> $icsS2 := x(0) = 5, y(0) = 0$

$$icsS2 := x(0) = 5, y(0) = 0 \tag{39}$$

> *DEplot*([*sysS2*], [$x(t), y(t)$], $t = 0..151$, $x = -8..8$, $y = -5..5$, [[*icsS2*]], *linecolor* = *blue*, *maxfun* = 50000, *stepsize* = 0.1, *scene* = [$x(t), y(t)$], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *title* = "ΦΑΣΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ—PHASEPORTRAIT\n[x(t),y(t)] " , *font* = [*arial*, *bold*, 14])

ΦΑΣΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ-PHASEPORTRAIT [x(t),y(t)]



>

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ

Η συχνότητα ω της εξωτερικής περιοδικής διέγερσης μεταβάλλεται :

>

ΚΡΙΣΙΜΟ ΣΗΜΕΙΟ Μ για ω=0 : Μ(4,0)

A. Συχνότητα ω Αυξανόμενη : Ω=0.2 .

> $imax := 1000 : step := 0.002 : interval := imax \cdot step :$

>

> $ode\Omega := 10\,\ddot{x}(t) + 20\left(1 - \frac{5}{\sqrt{x(t)^2 + \left(3 - \sin(\Omega[i]\,t) + \sqrt{3} - \sqrt{3 + \sin(\Omega[i]\,t)^2}\right)^2}}\right)x(t) = 0 :$

> $ics := x(0) = \sqrt{l[0]^2 - L[0]^2} + A,\ D(x)(0) = 0$

$$ics := x(0) = 5,\ D(x)(0) = 0 \qquad (40)$$

> **for** i **from** 0 **to** $imax$ **do** $\Omega[i] := step \cdot i : SOL[i] := dsolve(\{ode\Omega, ics\}, numeric, output = listprocedure, maxfun = 1000000) :$ **od**:

>

> $SOL[0]$

[t = **proc**(t) ... **end proc**, $x(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**, $\dot{x}(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**] **(41)**

> $SOL[250]$

[t = **proc**(t) ... **end proc**, $x(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**, $\dot{x}(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**] **(42)**

> $SOL[500]$

[t = **proc**(t) ... **end proc**, $x(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**, $\dot{x}(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**] **(43)**

> $SOL[1000]$

[t = **proc**(t) ... **end proc**, $x(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**, $\dot{x}(t)$ = **proc**(t) ... **end proc**] **(44)**

> $rhs(SOL[0][2](0))$

$$5. \qquad (45)$$

> $rhs(SOL[0][3](0))$

$$0. \qquad (46)$$

> $\Omega[0]$

$$0. \qquad (47)$$

> $\Omega[250]$

$$0.500 \qquad (48)$$

> $\Omega[500]$

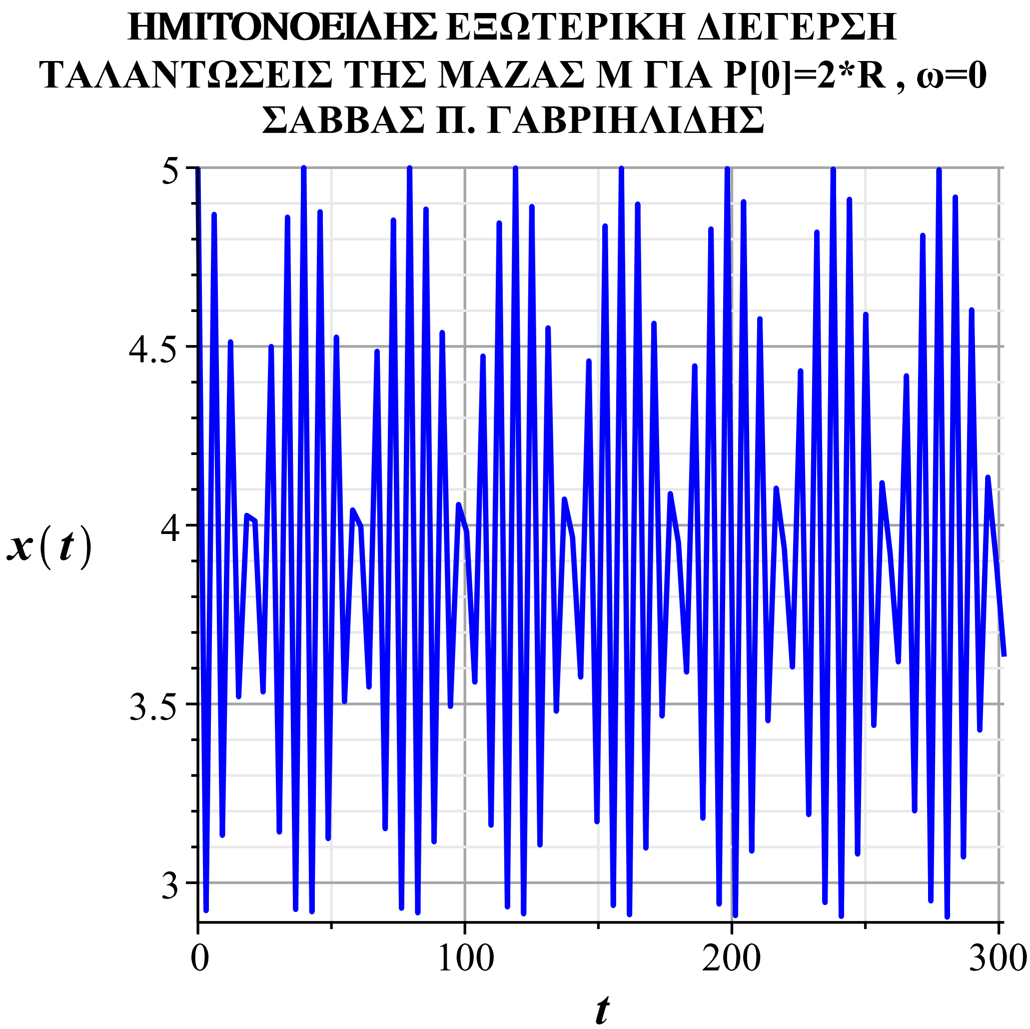
$$1.000 \qquad (49)$$

> $\Omega[1000]$

$$2.000 \qquad (50)$$

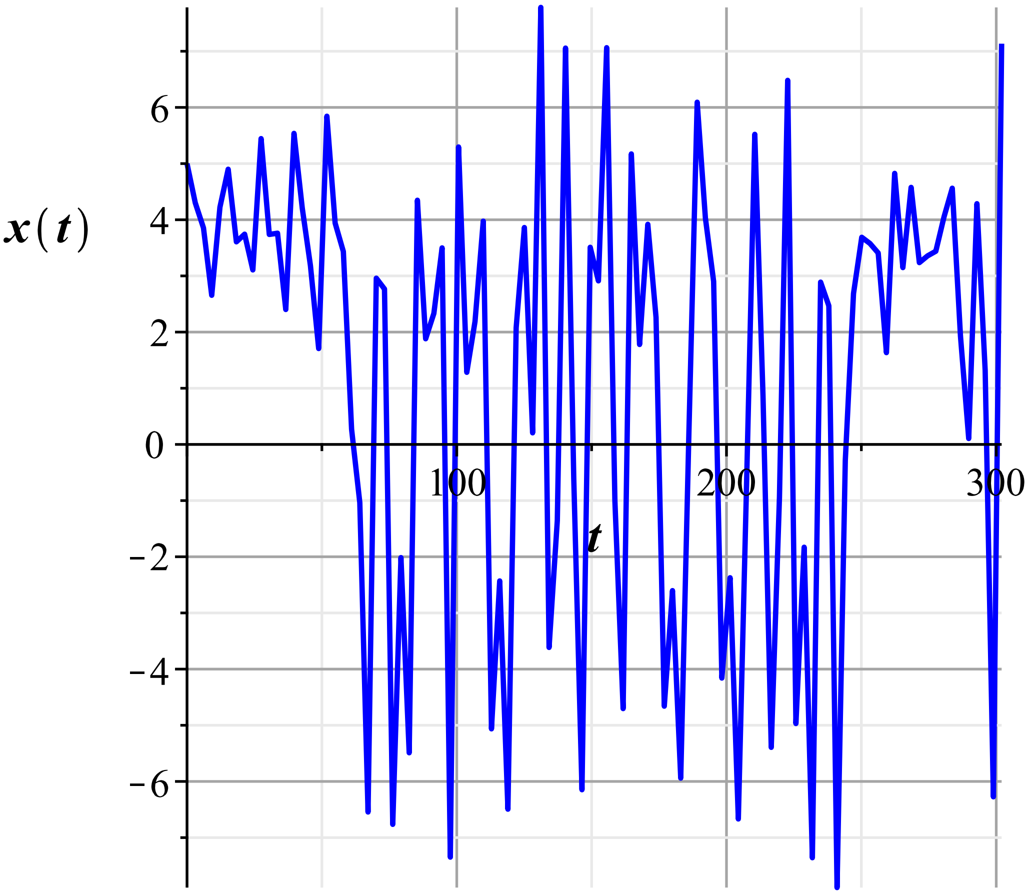
>

> odeplot(SOL[0], [t, x(t)], 0 ..302, axis = [gridlines], color = blue, thickness = 2, labels = [t, x(t)], labelfont = [arial, bold, 14], numpoints = 100, title = "ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ\nΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ Μ ΓΙΑ P[0]=2·R , ω=0\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [arial, bold, 12])

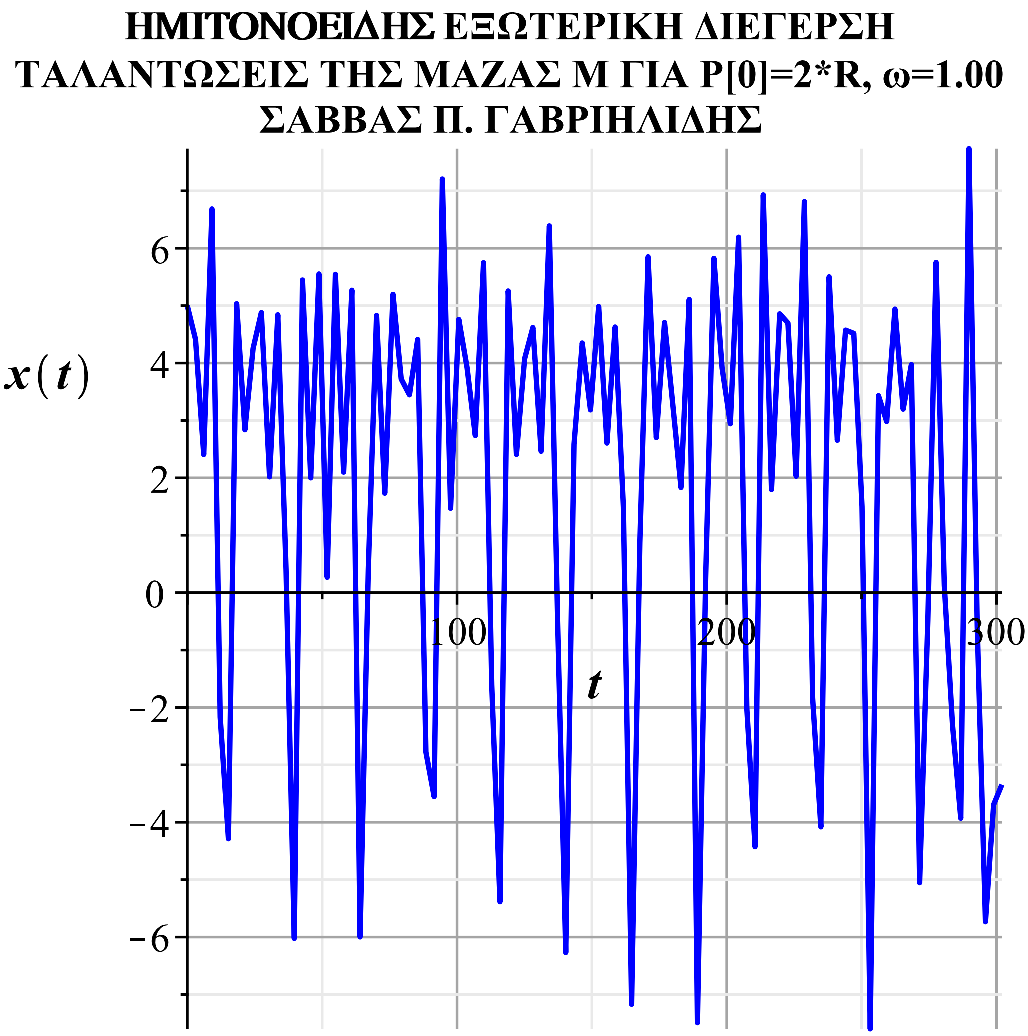


> *odeplot*(*SOL*[250], [*t*, x(*t*)], 0 ..302, *axis* = [*gridlines*], *color* = *blue*, *thickness* = 2, *labels* = [*t*, x(*t*)], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *numpoints* = 100, *title* = "ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ\nΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ Μ ΓΙΑ P[0]=2·R , ω=0.500\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 12])

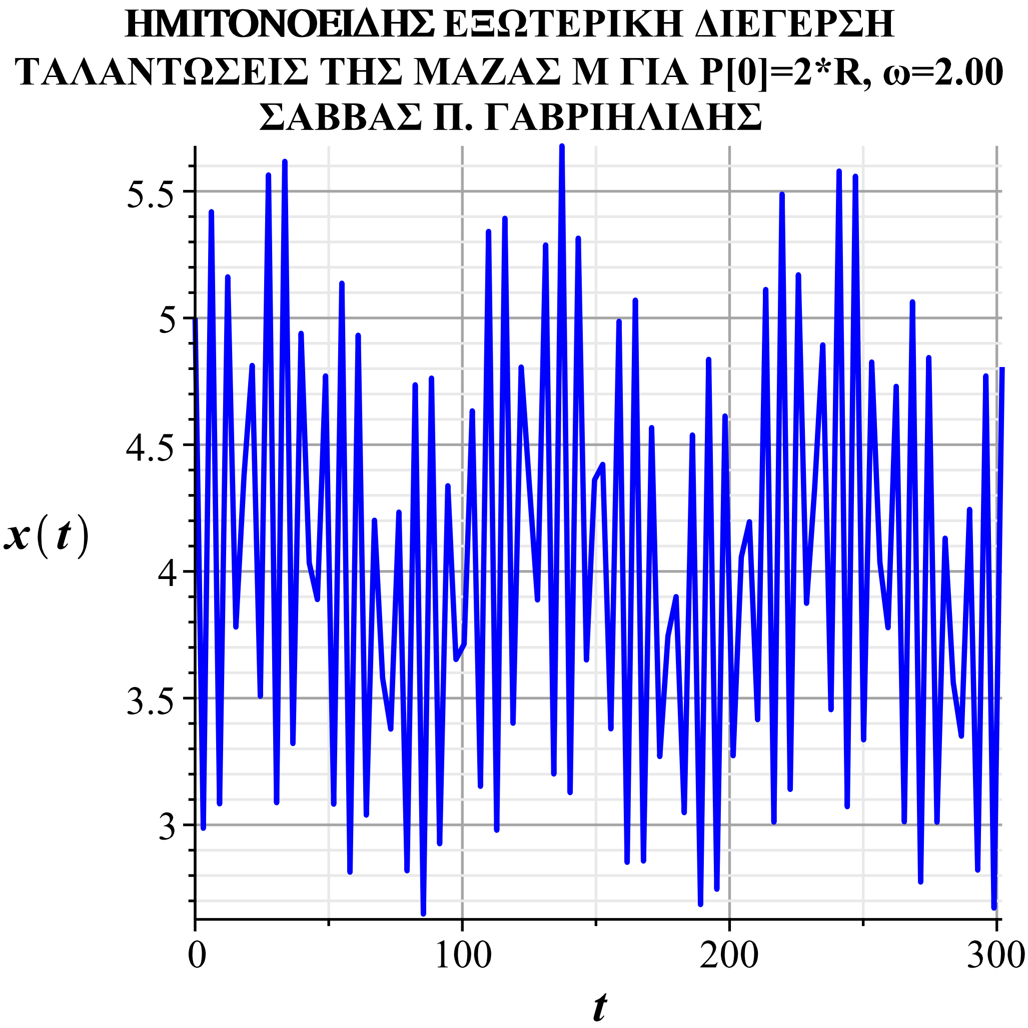
ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ Μ ΓΙΑ P[0]=2*R , ω=0.500
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



> *odeplot*(*SOL*[500], [*t*, x(*t*)], 0 ..302, *axis* = [*gridlines*], *color* = *blue*, *thickness* = 2, *labels* = [*t*, x(*t*)], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *numpoints* = 100, *title* = "ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ\nΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ Μ ΓΙΑ P[0]=2·R, ω=1.00\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 12])



> *odeplot*(*SOL*[1000], [*t*, x(*t*)], 0..302, *axis* = [*gridlines*], *color* = *blue*, *thickness* = 2, *labels* = [*t*, x(*t*)], *labelfont* = [*arial*, *bold*, 14], *numpoints* = 100, *title* = "ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ\nΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ Μ ΓΙΑ P[0]=2·R, ω=2.00\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", *titlefont* = [*arial*, *bold*, 12])


ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΗΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΗ ΔΙΕΓΕΡΣΗ
ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΤΗΣ ΜΑΖΑΣ Μ ΓΙΑ P[0]=2*R, ω=2.00
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ
x(t)
5.5
5
4.5
4
3.5
3
0
100
200
300
t