

Ένας αγωγός μήκους  $AB=l_0$  διαρρέμενος από ρεύμα έντασης  $i_0$  διακλαδούται στο Β άκρο του ακτινωτά με  $n$  αγωγούς μήκους  $BC_k=l_k, k=1, 2,..,n$  διαρρέμενος αντίστοιχα από ρεύματα έντασης  $i_k$ .

Να υπολογισθούν οι εγκάρσιες διατομές των αγωγών  $q_k$  ώστε να χρησιμοποιηθεί ο μικρότερος όγκος υλικού  $V$  για μια δεδομένη διαφορά δυναμικού  $U$  που έχουν οι  $k$  το πλήθος αγωγοί  $ABC_k$ .

Η ειδική αντίσταση του υλικού των αγωγών  $c$  θεωρείται σταθερή.

Είναι:  $R = \frac{c \cdot l}{q}$ , όπου  $c$ : η ειδική αντίσταση του αγωγού

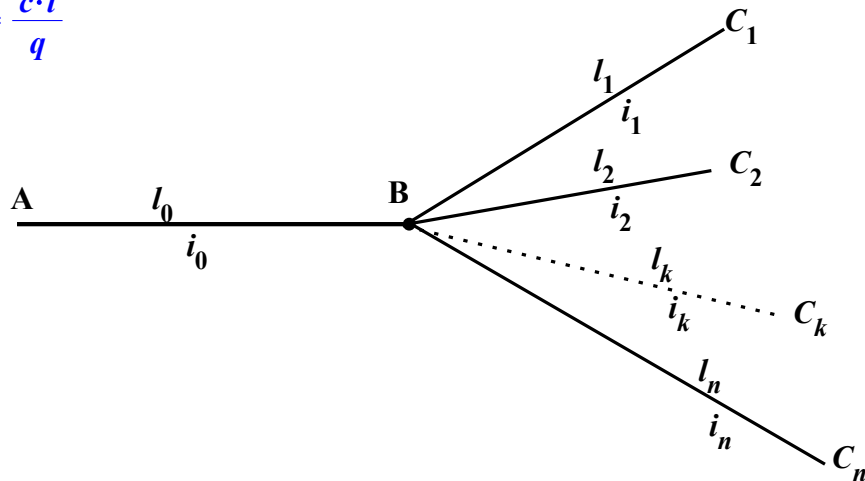
$l$ : το μήκος του αγωγού

$q$ : η διατομή του αγωγού

$R$ : η Αντίσταση του αγωγού.

$$U = i_0 \cdot R_0 + i_k \cdot R_k \Rightarrow c \cdot \left( \frac{l_0 \cdot i_0}{q_0} + \frac{l_k \cdot i_k}{q_k} \right) - U = 0, k = 1, 2, n$$

$$R = \frac{c \cdot l}{q}$$



ΣΑΒΒΑΣ .

with(Optimization)

[ImportMPS, Interactive, LPSolve, LSSolve, Maximize, Minimize, NLPsolve, QPSolve]

(1)

**Ακολουθώντας τα βήματα της θεωρίας  
Πολλαπλασιαστές Lagrange .**

$$V := l[0] \cdot q[0] + \text{sum}(l[i] \cdot q[i], i = 1 .. 3)$$

$$V := l_0 q_0 + l_1 q_1 + l_2 q_2 + l_3 q_3$$

(2)

$$g[k] := c \cdot \left( \frac{l[0] \cdot i[0]}{q[0]} + \frac{l[k] \cdot i[k]}{q[k]} \right) - U = 0$$

(3)

$$g_k := c \left( \frac{l_0 i_0}{q_0} + \frac{l_k i_k}{q_k} \right) - U = 0 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} > g[1] := c \cdot \left( \frac{l[0] \cdot i[0]}{q[0]} + \frac{l[1] \cdot i[1]}{q[1]} \right) - U \\ & \quad g_1 := c \left( \frac{l_0 i_0}{q_0} + \frac{l_1 i_1}{q_1} \right) - U \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} > g[2] := c \cdot \left( \frac{l[0] \cdot i[0]}{q[0]} + \frac{l[2] \cdot i[2]}{q[2]} \right) - U \\ & \quad g_2 := c \left( \frac{l_0 i_0}{q_0} + \frac{l_2 i_2}{q_2} \right) - U \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} > g[3] := c \cdot \left( \frac{l[0] \cdot i[0]}{q[0]} + \frac{l[3] \cdot i[3]}{q[3]} \right) - U \\ & \quad g_3 := c \left( \frac{l_0 i_0}{q_0} + \frac{l_3 i_3}{q_3} \right) - U \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} > V + \lambda[1] \cdot g[1] + \lambda[2] \cdot g[2] + \lambda[3] \cdot g[3] \\ & \left( c \left( \frac{l_0 i_0}{q_0} + \frac{l_1 i_1}{q_1} \right) - U \right) \lambda_1 + \left( c \left( \frac{l_0 i_0}{q_0} + \frac{l_2 i_2}{q_2} \right) - U \right) \lambda_2 + \left( c \left( \frac{l_0 i_0}{q_0} + \frac{l_3 i_3}{q_3} \right) \right. \\ & \quad \left. - U \right) \lambda_3 + l_0 q_0 + l_1 q_1 + l_2 q_2 + l_3 q_3 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} > \text{diff}((7), q[0]) = 0 \\ & \quad - \frac{c l_0 i_0 \lambda_1}{q_0^2} - \frac{c l_0 i_0 \lambda_2}{q_0^2} - \frac{c l_0 i_0 \lambda_3}{q_0^2} + l_0 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} > \text{diff}((7), q[1]) = 0 \\ & \quad - \frac{c l_1 i_1 \lambda_1}{q_1^2} + l_1 = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} > \text{diff}((7), q[2]) = 0 \\ & \quad - \frac{c l_2 i_2 \lambda_2}{q_2^2} + l_2 = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} > \text{diff}((7), q[3]) = 0 \\ & \quad - \frac{c l_3 i_3 \lambda_3}{q_3^2} + l_3 = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} > \text{diff}((7), \lambda[1]) = 0 \\ & \quad c \left( \frac{l_0 i_0}{q_0} + \frac{l_1 i_1}{q_1} \right) - U = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} > \text{diff}((7), \lambda[2]) = 0 \\ & \quad c \left( \frac{l_0 i_0}{q_0} + \frac{l_2 i_2}{q_2} \right) - U = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$> \text{diff}((7), \lambda[3]) = 0$$

$$c \left( \frac{l_0 i_0}{q_0} + \frac{l_3 i_3}{q_3} \right) - U = 0 \quad (14)$$

> allvalues(solve( {(8), (9), (10), (11), (12), (13), (14)}, {q[0], q[1], q[2], q[3], λ[1], λ[2], λ[3]})) :

>

> q[1] = solve((12), q[1])

$$q_1 = \frac{c i_1 l_1 q_0}{-c i_0 l_0 + U q_0} \quad (15)$$

> q[2] = solve((13), q[2])

$$q_2 = \frac{c i_2 l_2 q_0}{-c i_0 l_0 + U q_0} \quad (16)$$

> q[3] = solve((14), q[3])

$$q_3 = \frac{c i_3 l_3 q_0}{-c i_0 l_0 + U q_0} \quad (17)$$

> λ[1] = solve(subs((15), (9)), λ[1])

$$\lambda_1 = \frac{l_1^2 c i_1 q_0^2}{(-c i_0 l_0 + U q_0)^2} \quad (18)$$

> λ[2] = solve(subs((16), (10)), λ[2])

$$\lambda_2 = \frac{l_2^2 c i_2 q_0^2}{(-c i_0 l_0 + U q_0)^2} \quad (19)$$

> λ[3] = solve(subs((17), (11)), λ[3])

$$\lambda_3 = \frac{l_3^2 c i_3 q_0^2}{(-c i_0 l_0 + U q_0)^2} \quad (20)$$

> q[0] = solve(subs( {(18), (19), (20)}, (8)), q[0])

$$q_0 = \left( \frac{(l_0 i_0 + \sqrt{i_0 i_1 l_1^2 + i_0 i_2 l_2^2 + i_0 i_3 l_3^2}) c}{U}, \frac{(l_0 i_0 - \sqrt{i_0 i_1 l_1^2 + i_0 i_2 l_2^2 + i_0 i_3 l_3^2}) c}{U} \right) \quad (21)$$

> q[0] = rhs((21))[1]

$$q_0 = \frac{(l_0 i_0 + \sqrt{i_0 i_1 l_1^2 + i_0 i_2 l_2^2 + i_0 i_3 l_3^2}) c}{U} \quad (22)$$

> q[1] = simplify( subs(q[0] = rhs((21))[1], rhs((15))) )

$$q_1 = \frac{c i_1 l_1 (l_0 i_0 + \sqrt{i_0 (l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2 + l_3^2 i_3)})}{U \sqrt{i_0 (l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2 + l_3^2 i_3)}} \quad (23)$$

> q[2] = simplify( subs(q[0] = rhs((21))[1], rhs((16))) )

$$q_2 = \frac{c i_2 l_2 (l_0 i_0 + \sqrt{i_0 (l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2 + l_3^2 i_3)})}{U \sqrt{i_0 (l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2 + l_3^2 i_3)}} \quad (24)$$

> q[3] = simplify( subs(q[0] = rhs((21))[1], rhs((17))) )

(25)

$$q_3 = \frac{c i_3 l_3 \left( l_0 i_0 + \sqrt{i_0 (l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2 + l_3^2 i_3)} \right)}{U \sqrt{i_0 (l_1^2 i_1 + l_2^2 i_2 + l_3^2 i_3)}} \quad (25)$$

**ΕΠΟΜΕΝΩΣ ΓΕΝΙΚΟΣ ΤΥΠΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΩΝ ΔΙΑΤΟΜΩΝ ΤΩΝ ΔΙΑΚΛΑΔΟΥΜΕΝΩΝ ΑΓΩΓΩΝ :!!!!**

$$q[k] = \frac{c \cdot i[k] \cdot l[k]}{U} \cdot \left( 1 + \frac{l[0] \cdot i[0]}{\left( i[0] \cdot \sum_{k=1}^n l[k]^2 \cdot i[k] \right)^{\frac{1}{2}}} \right) :$$