

>

ΘΕΜΑ :

Δορυφόρος εκτοξεύεται από την θέση $(-0.2407917, 0)$, με Αρχική ταχύτητα , και προορισμό να τεθεί σε κυκλική τροχιά περί την Σελήνη , όταν θα βρεθεί στο πλησιέστερο σημείο από την επιφάνειά της .

1. Βρίσκουμε την χρονική στιγμή , $\tau=6.81$ που ο Δορυφόρος θα βρεθεί στην θέση της ελάχιστης απόστασης από την επιφάνεια της Σελήνης .

2. Βρίσκουμε την ακτίνα της ελάχιστης απόστασης όταν $\tau=6.81$, $r_7=0.0498917750$ (19178.39832 km)

3. Βρίσκουμε τις συνιστώσες της ταχύτητας του Δορυφόρου όταν $\tau=6.81$, $x_{VD7}=0.179530644081552$, $y_{VD7}=0.649996346639739$

4. Βρίσκουμε τις απαιτούμενες αλλαγές στην ταχύτητα του Δορυφόρου για την επίτευξη του στόχου μας .

Απεικονίζουμε 2 κινήσεις : Μία **ΠΡΙΝ** την τροποποιητική της τροχιάς πυροδότηση και μία **ΜΕΤΑ** την τροποποιητική της τροχιάς πυροδότηση .

Πατάμε επαναυπολογισμό μετά το άνοιγμα .

Το Σύστημα Γη - Σελήνη

Παραδοχές

1. Το Σύστημα είναι απομονωμένο .

2. Γη και Σελήνη περιστρέφονται γύρω από το κέντρο μάζας τους σε κυκλικές τροχιές και με σταθερή γωνιακή ταχύτητα .

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ :

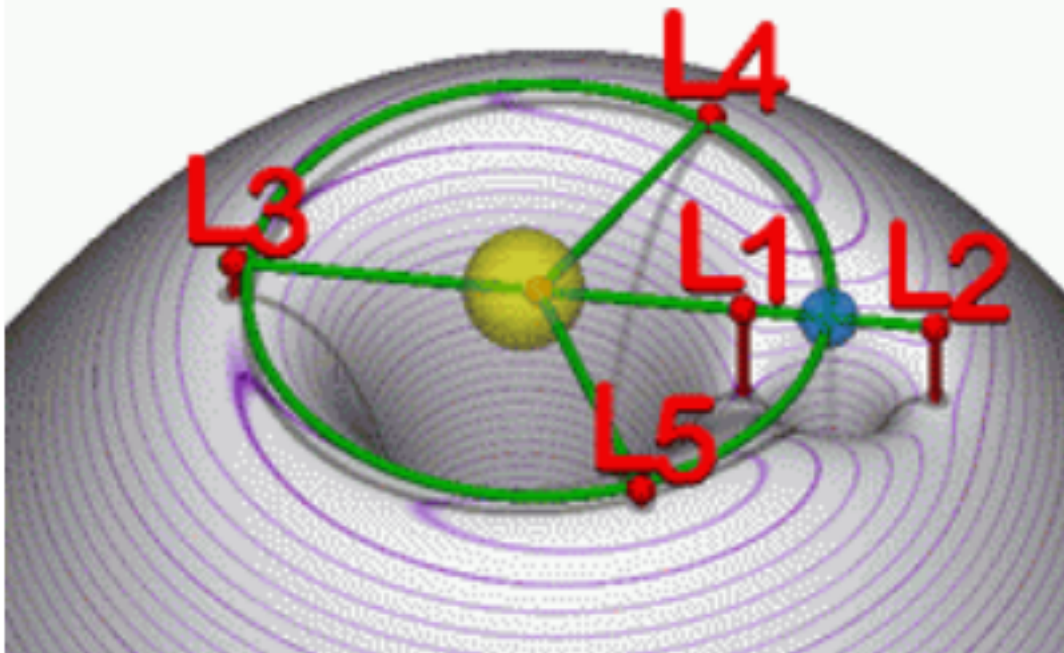
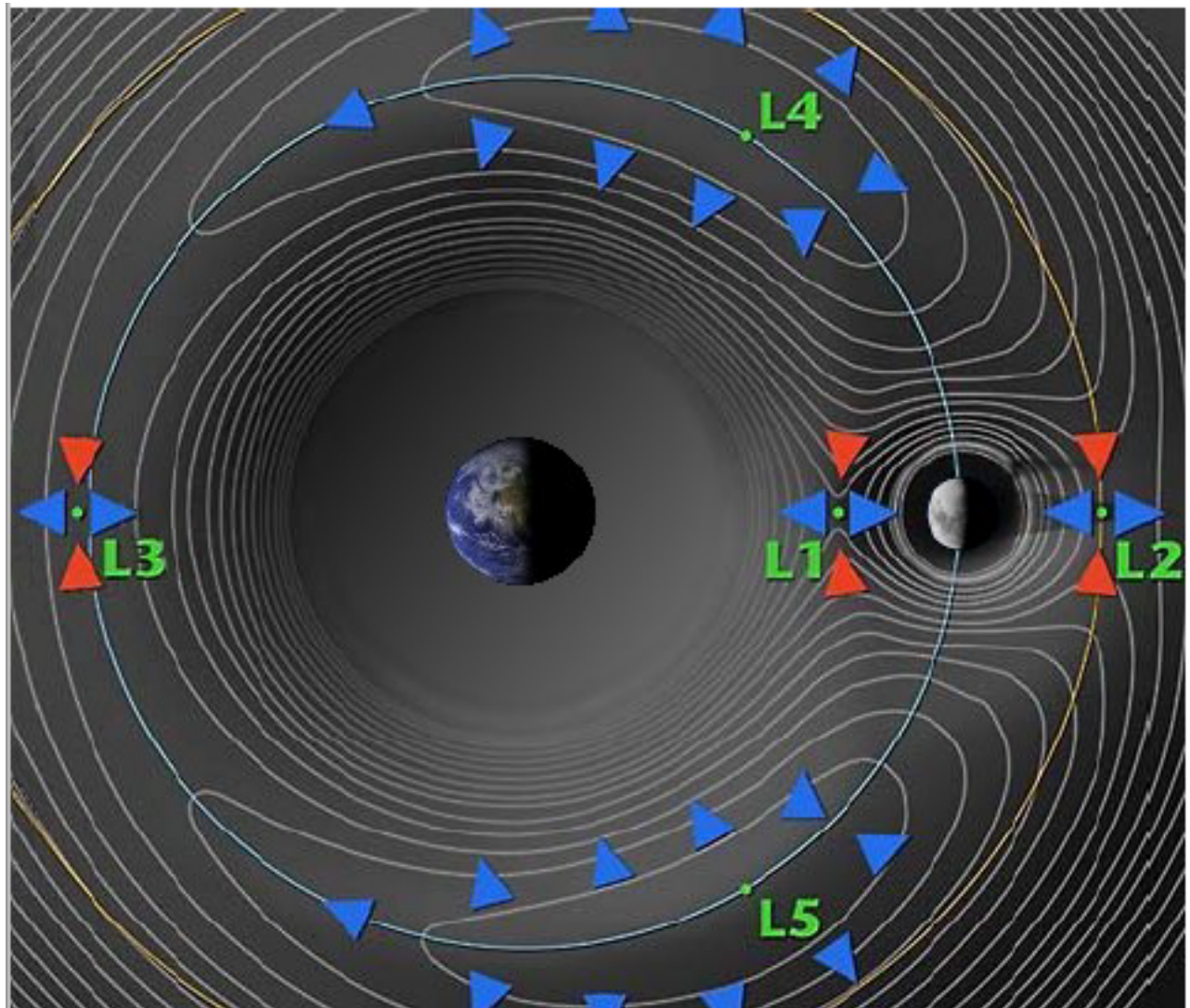
Για οποιοδήποτε Διάνυσμα A (Θέσεως, Ταχύτητας, Ροπής, Επιταχύνσεως, κλπ.) που είναι συνάρτηση του χρόνου t ισχύει η σχέση (A) ::

$$\left. \frac{d\vec{A}}{dt} \right|_{\Omega} = \left. \frac{d\vec{A}}{dt} \right|_O + \vec{\omega} \times \vec{A} \quad (A) \quad (\Omega \text{ Αδρανειακό Σύστημα, Αδρανειακός}$$

παρατηρητής), (O ΜΗ Αδρανειακό Σύστημα, ΜΗ Αδρανειακός παρατηρητής), $O \equiv \Omega$.

ΒΑΣΙΚΟ : Για ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ παρατηρητή τα Μοναδιαία Διανύσματα Μεταβάλλονται Συναρτήσει του Χρόνου .

Επομένως πρέπει να Υπολογίζουμε τις Παραγώγους των Μοναδιαίων Διανυσμάτων Συναρτήσει του Χρόνου .



```
> with(plots) :
> with(plottools) :
> with(DEtools) :
> with(Physics[Vectors])
```

[&x, '+', '\', ChangeBasis, ChangeCoordinates, Component, Curl, DirectionalDiff, Divergence, Gradient, Identify, Laplacian, ∇, Norm, Setup, diff] (1)

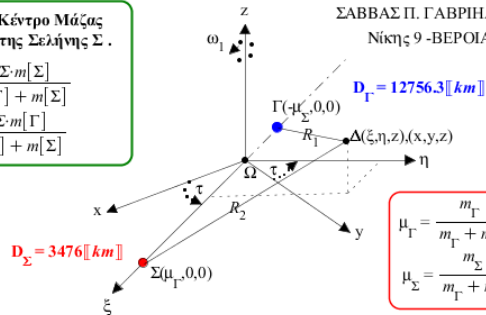
> Setup(mathematicalnotation = true) [mathematicalnotation = true] (2)

>

Το Ω είναι το Κέντρο Μάζας της Γής Γ και της Σελήνης Σ .

$$(\Omega I) = \frac{I_{\Sigma} \cdot m[\Sigma]}{m[\Gamma] + m[\Sigma]}$$

$$(\Omega \Sigma) = \frac{I_{\Sigma} \cdot m[\Gamma]}{m[\Gamma] + m[\Sigma]}$$



ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ
Νίκης 9 -ΒΕΡΟΙΑ

$$\begin{aligned} \xi_{\Gamma} &= -\mu_{\Sigma}, \eta_{\Gamma} = 0, z_{\Gamma} = 0 & x_{\Gamma} &= -\mu_{\Sigma} \cdot \cos(\tau), y_{\Gamma} = -\mu_{\Sigma} \cdot \sin(\tau), z_{\Gamma} = 0 \\ \xi_{\Sigma} &= \mu_{\Gamma}, \eta_{\Sigma} = 0, z_{\Sigma} = 0 & x_{\Sigma} &= \mu_{\Gamma} \cdot \cos(\tau), y_{\Sigma} = \mu_{\Gamma} \cdot \sin(\tau), z_{\Sigma} = 0 \end{aligned}$$

Με την Αδιαστατοποίηση προκύπτει, για σταθερή γωνιακή ταχύτητα, γωνία περιστροφής $\phi = \omega \cdot t = \tau$
NEO $\omega_1 = 1, T_1 = 2 \cdot \pi$

ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ Ωxyz

$$R_1 = \left((x + \mu_{\Sigma} \cdot \cos(\tau))^2 + (y + \mu_{\Sigma} \cdot \sin(\tau))^2 + z^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$R_2 = \left((x - \mu_{\Gamma} \cdot \cos(\tau))^2 + (y - \mu_{\Gamma} \cdot \sin(\tau))^2 + z^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ Ωξηz

$$R_1 = \left((\xi + \mu_{\Sigma})^2 + \eta^2 + z^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$R_2 = \left((\xi - \mu_{\Gamma})^2 + \eta^2 + z^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑ Jacobi :

$$v^2 = 2 \cdot U - C$$

$$G = 6.67259 \cdot 10^{-11} \frac{[N] \cdot [m]^2 \cdot [kg]^{-2}}{[s]^2}$$

$$(I_{\Sigma}) = 384400 [km]$$

$$m[\Gamma] = 5.977 \cdot 10^{27} [g]$$

$$m[\Sigma] = 7.35 \cdot 10^{25} [g]$$

$$\frac{a}{n} = \frac{384400 \cdot 10^3}{27.32 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} = 1023.219504 \frac{[m]}{[s]}$$

$$\frac{a}{n^2} = \frac{384400}{(27.32 \cdot 24)^2} = 35.29874 \frac{[km]}{[h]^2}$$

$$T = 27.32 [d]$$

$$n = \frac{T}{2 \cdot \pi} = 4.348113 [d]$$

γ: Η Επιτάχυνση του Δ $\vec{\gamma} = \ddot{x} \cdot \hat{i} + \ddot{y} \cdot \hat{j} + \ddot{z} \cdot \hat{k}$ όπου :

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\frac{\mu_{\Gamma} \cdot (x + \mu_{\Sigma} \cdot \cos(\tau))}{|R_1|^3} - \frac{\mu_{\Sigma} \cdot (x - \mu_{\Gamma} \cdot \cos(\tau))}{|R_2|^3} \\ \ddot{y} &= -\frac{\mu_{\Gamma} \cdot (y + \mu_{\Sigma} \cdot \sin(\tau))}{|R_1|^3} - \frac{\mu_{\Sigma} \cdot (y - \mu_{\Gamma} \cdot \sin(\tau))}{|R_2|^3} \\ \ddot{z} &= -\frac{\mu_{\Gamma} \cdot z}{|R_1|^3} - \frac{\mu_{\Sigma} \cdot z}{|R_2|^3} \end{aligned}$$

Γιά την Αδιαστατοποίηση των **μοζών** χρησιμοποιούμε το άθροισμα των μαζών : $M = m_{\Gamma} + m_{\Sigma}$

Γιά την Αδιαστατοποίηση των **μηκών** χρησιμοποιούμε το άθροισμα των μηκών : $a = (I_{\Sigma}) \Rightarrow \frac{x}{a} = X, \frac{y}{a} = Y, \frac{z}{a} = Z$

Γιά την Αδιαστατοποίηση του **χρόνου** χρησιμοποιούμε το μέγεθος : $n = \frac{T}{2 \cdot \pi} = \omega^{-1}$ (Αντίστροφο της μέσης Σχετικής κίνησης ΓΗΣ-ΣΕΛΗΝΗΣ) $\Rightarrow \tau = \frac{t}{n} \Rightarrow \omega \cdot t = \tau$

NEO $\omega_1 = 1, T_1 = 2 \cdot \pi$

ΤΑ ΜΕΓΕΘΗ ΕΙΝΑΙ ΑΔΙΑΣΤΑΤΟΠΟΙΗΜΕΝΑ

Τί είναι η Τομή Poincare ? . Η ΤΟΜΗ της Επιφάνειας του ολοκληρώματος Jacobi που αντιστοιχεί σε δεδομένη στάθμη Ενέργειας C_i με το επίπεδο $z=A_i$, $i=1..k$.

ΤΑ ΜΕΓΕΘΗ ΑΔΙΑΣΤΑΤΟΠΟΙΗΜΕΝΑ .
ΚΟΚΚΙΝΟ ΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ
ΠΡΑΣΙΝΟ ΤΟ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

$$\xi(t) = x(t) \cdot \cos(t) + y(t) \cdot \sin(t)$$

$$\xi(t) = x(t) \cos(t) + y(t) \sin(t)$$

$$\eta(t) = -x(t) \cdot \sin(t) + y(t) \cdot \cos(t)$$

$$\eta(t) = -x(t) \sin(t) + y(t) \cos(t)$$

$$\xi(0) = x(0)$$

$$\xi(0) = x(0)$$

$$\eta(0) = y(0)$$

$$\eta(0) = y(0)$$

$$\text{diff}(\text{lhs}((30)), t) = \text{diff}(\text{rhs}((30)), t)$$

$$\frac{d}{dt} \xi(t) = \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) \cos(t) - x(t) \sin(t) + \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) \sin(t) + y(t) \cos(t)$$

$$\text{diff}(\text{lhs}((31)), t) = \text{diff}(\text{rhs}((31)), t)$$

$$\frac{d}{dt} \eta(t) = - \left(\frac{d}{dt} x(t) \right) \sin(t) - x(t) \cos(t) + \left(\frac{d}{dt} y(t) \right) \cos(t) - y(t) \sin(t)$$

$$\mathbf{D}(\xi)(0) = \mathbf{D}(x)(0) + y(0)$$

$$\mathbf{D}(\xi)(0) = \mathbf{D}(x)(0) + y(0)$$

$$\mathbf{D}(\eta)(0) = -x(0) + \mathbf{D}(y)(0)$$

$$\mathbf{D}(\eta)(0) = -x(0) + \mathbf{D}(y)(0)$$

$$x(t) = \xi(t) \cdot \cos(t) - \eta(t) \cdot \sin(t)$$

$$x(t) = \xi(t) \cos(t) - \eta(t) \sin(t)$$

$$y(t) = \xi(t) \cdot \sin(t) + \eta(t) \cdot \cos(t)$$

$$y(t) = \xi(t) \sin(t) + \eta(t) \cos(t)$$

$$x(0) = \xi(0)$$

$$x(0) = \xi(0)$$

$$y(0) = \eta(0)$$

$$y(0) = \eta(0)$$

$$\text{diff}(\text{lhs}((38)), t) = \text{diff}(\text{rhs}((38)), t)$$

$$\frac{d}{dt} x(t) = \left(\frac{d}{dt} \xi(t) \right) \cos(t) - \xi(t) \sin(t) - \left(\frac{d}{dt} \eta(t) \right) \sin(t) - \eta(t) \cos(t)$$

$$\text{diff}(\text{lhs}((39)), t) = \text{diff}(\text{rhs}((39)), t)$$

$$\frac{d}{dt} y(t) = \left(\frac{d}{dt} \xi(t) \right) \sin(t) + \xi(t) \cos(t) + \left(\frac{d}{dt} \eta(t) \right) \cos(t) - \eta(t) \sin(t)$$

$$\mathbf{D}(x)(0) = \mathbf{D}(\xi)(0) - \eta(0)$$

$$\mathbf{D}(x)(0) = \mathbf{D}(\xi)(0) - \eta(0)$$

$$\mathbf{D}(y)(0) = \xi(0) + \mathbf{D}(\eta)(0)$$

$$\mathbf{D}(y)(0) = \xi(0) + \mathbf{D}(\eta)(0)$$

ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ U . (Περιστρεφόμενο Σύστημα) .

$$\begin{aligned} > U := \frac{\xi(\tau)^2}{2} + \frac{\eta(\tau)^2}{2} + \frac{\mu[\Gamma]}{\sqrt{(\xi(\tau) + \mu[\Sigma])^2 + \eta(\tau)^2 + z(\tau)^2}} \\ &+ \frac{\mu[\Sigma]}{\sqrt{(\xi(\tau) - \mu[\Gamma])^2 + \eta(\tau)^2 + z(\tau)^2}} : \end{aligned}$$

$$> C := [2.987997088, 3.010, 3.012147114, 3.052, 3.172160166, 3.178, 3.188340774, 3.19005, 1.60 \cdot 2, 1.59 \cdot 2, 1.585 \cdot 2, 1.50612 \cdot 2, 1.30 \cdot 2, 1.10 \cdot 2, 1.33388 \cdot 2] :$$

Διαφορικές Εξισώσεις κίνησης του ΤΡΙΤΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ Δ ως προς το Αδρανειακό Σύστημα (Ωxyz) γράφονται :

$$> \text{diff}(x(\tau), \tau^2) = - \frac{\mu_{\Gamma} \cdot (x(\tau) + \mu_{\Sigma} \cdot \cos(\tau))}{R_1^3} - \frac{\mu_{\Sigma} \cdot (x(\tau) - \mu_{\Gamma} \cdot \cos(\tau))}{R_2^3}$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\tau^2} x(\tau) = & - \frac{\mu_{\Gamma} (x(\tau) + \mu_{\Sigma} \cos(\tau))}{\left((x(\tau) + \mu_{\Sigma} \cos(\tau))^2 + (y(\tau) + \mu_{\Sigma} \sin(\tau))^2 + z(\tau)^2 \right)^{3/2}} \\ & - \frac{\mu_{\Sigma} (x(\tau) - \mu_{\Gamma} \cos(\tau))}{\left((x(\tau) - \mu_{\Gamma} \cos(\tau))^2 + (y(\tau) - \mu_{\Gamma} \sin(\tau))^2 + z(\tau)^2 \right)^{3/2}} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} > \text{diff}(y(\tau), \tau^2) = - \frac{\mu_{\Gamma} \cdot (y(\tau) + \mu_{\Sigma} \cdot \sin(\tau))}{R_1^3} - \frac{\mu_{\Sigma} \cdot (y(\tau) - \mu_{\Gamma} \cdot \sin(\tau))}{R_2^3} \\ \frac{d^2}{d\tau^2} y(\tau) = - \frac{\mu_{\Gamma} (y(\tau) + \mu_{\Sigma} \sin(\tau))}{\left((x(\tau) + \mu_{\Sigma} \cos(\tau))^2 + (y(\tau) + \mu_{\Sigma} \sin(\tau))^2 + z(\tau)^2 \right)^{3/2}} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{\mu_{\Sigma} (y(\tau) - \mu_{\Gamma} \sin(\tau))}{\left((x(\tau) - \mu_{\Gamma} \cos(\tau))^2 + (y(\tau) - \mu_{\Gamma} \sin(\tau))^2 + z(\tau)^2 \right)^{3/2}} \\ > \text{diff}(z(\tau), \tau^2) = - \frac{\mu_{\Gamma} \cdot z(\tau)}{R_1^3} - \frac{\mu_{\Sigma} \cdot z(\tau)}{R_2^3} \\ \frac{d^2}{d\tau^2} z(\tau) = - \frac{\mu_{\Gamma} z(\tau)}{\left((x(\tau) + \mu_{\Sigma} \cos(\tau))^2 + (y(\tau) + \mu_{\Sigma} \sin(\tau))^2 + z(\tau)^2 \right)^{3/2}} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{\mu_{\Sigma} z(\tau)}{\left((x(\tau) - \mu_{\Gamma} \cos(\tau))^2 + (y(\tau) - \mu_{\Gamma} \sin(\tau))^2 + z(\tau)^2 \right)^{3/2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > R[1] := \left((x(\tau) + \mu_{\Sigma} \cdot \cos(\tau))^2 + (y(\tau) + \mu_{\Sigma} \cdot \sin(\tau))^2 + z(\tau)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ R_1 := \sqrt{(x(\tau) + \mu_{\Sigma} \cos(\tau))^2 + (y(\tau) + \mu_{\Sigma} \sin(\tau))^2 + z(\tau)^2} \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} > R[2] := \left((x(\tau) - \mu_{\Gamma} \cdot \cos(\tau))^2 + (y(\tau) - \mu_{\Gamma} \cdot \sin(\tau))^2 + z(\tau)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ R_2 := \sqrt{(x(\tau) - \mu_{\Gamma} \cos(\tau))^2 + (y(\tau) - \mu_{\Gamma} \sin(\tau))^2 + z(\tau)^2} \end{aligned} \quad (7)$$

>
>

Η κίνηση του τρίτου σώματος είναι δυνατή ΜΟΝΟ σε σημεία του χώρου για τα οποία ικανοποιείται η σχέση : $2 \cdot U - C_i \geq 0$. (ΔΕΝ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΠΑΕΙ ΣΤΗΝ ΚΟΚΚΙΝΗ ΠΕΡΙΟΧΗ).

Οι Επιφάνειες Μηδενικής Ταχύτητας ικανοποιούν για $C_f = 3.007574015$ την Σχέση :

$$\begin{aligned} > 2 \cdot U - 3.007574015 = 0 \\ \xi(\tau)^2 + \eta(\tau)^2 + \frac{2 \mu_{\Gamma}}{\sqrt{(\xi(\tau) + \mu_{\Sigma})^2 + \eta(\tau)^2 + z(\tau)^2}} \\ + \frac{2 \mu_{\Sigma}}{\sqrt{(\xi(\tau) - \mu_{\Gamma})^2 + \eta(\tau)^2 + z(\tau)^2}} - 3.007574015 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$> A := [0, 0.01, 0.1, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.65, 0.66, 0.6657524698] :$$

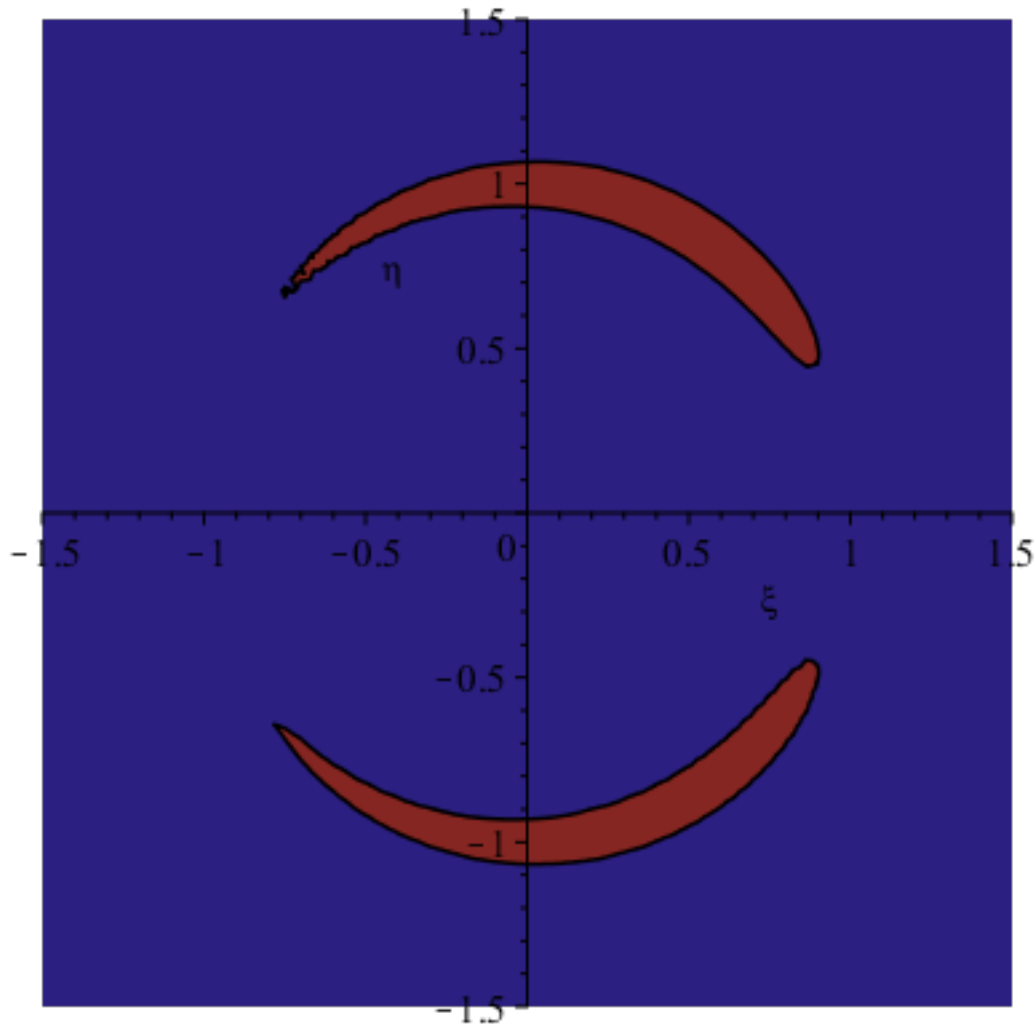
Η ΤΟΜΗ Poincare ΓΡΑΦΕΤΑΙ :

$$> \text{subs}(\mu_{\Gamma} = 0.987852, \mu_{\Sigma} = 0.012148, z(\tau) = A[1], \xi(\tau) = \xi, \eta(\tau) = \eta, (8))$$

$$\xi^2 + \eta^2 + \frac{1.975704}{\sqrt{(\xi + 0.012148)^2 + \eta^2}} + \frac{0.024296}{\sqrt{(\xi - 0.987852)^2 + \eta^2}} - 3.007574015 = 0 \quad (9)$$

>

> `implicitplot((9), ξ=-1.5..1.5, η=-1.5..1.5, numpoints = 6400, filled = true)`



ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΚΙΝΗΣΗΣ ΤΟΥ Δ .

> `subs(μT=0.987852, μΣ=0.012148, z(τ) = A[1], (3))`

$$\frac{d^2}{d\tau^2} x(\tau) = - \frac{0.987852 (x(\tau) + 0.012148 \cos(\tau))}{((x(\tau) + 0.012148 \cos(\tau))^2 + (y(\tau) + 0.012148 \sin(\tau))^2)^{3/2}} - \frac{0.012148 (x(\tau) - 0.987852 \cos(\tau))}{((x(\tau) - 0.987852 \cos(\tau))^2 + (y(\tau) - 0.987852 \sin(\tau))^2)^{3/2}} \quad (10)$$

> `subs(μT=0.987852, μΣ=0.012148, z(τ) = A[1], (4))`

$$\frac{d^2}{d\tau^2} y(\tau) = - \frac{0.987852 (y(\tau) + 0.012148 \sin(\tau))}{((x(\tau) + 0.012148 \cos(\tau))^2 + (y(\tau) + 0.012148 \sin(\tau))^2)^{3/2}} - \frac{0.012148 (y(\tau) - 0.987852 \sin(\tau))}{((x(\tau) - 0.987852 \cos(\tau))^2 + (y(\tau) - 0.987852 \sin(\tau))^2)^{3/2}} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} &> \text{subs}(\mu_T = 0.987852, \mu_\Sigma = 0.012148, z(\tau) = A[1], (5)) \\ &\quad \frac{d^2}{d\tau^2} 0 = -0. \end{aligned} \quad (12)$$

>

>

$$x(t) = \xi(t) \cdot \cos(t) - \eta(t) \cdot \sin(t)$$

$$D(x)(0) = D(\xi)(0) - \eta(0) \quad y(t) = \xi(t) \cdot \sin(t) + \eta(t) \cdot \cos(t)$$

$$D(y)(0) = \xi(0) + D(\eta)(0) \quad x(0) = \xi(0)$$

$$y(0) = \eta(0)$$

$$\begin{aligned} &> \text{sqrt}(0.465116^2 + 2.5848952^2) \\ &\quad 2.626407449 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} &> \text{sqrt}(0.465116^2 + 2.3441035^2) \\ &\quad 2.389802107 \end{aligned} \quad (14)$$

>

ΠΡΟΣΟΧΗ .!! Οι Αρχικές Συνθήκες δίνονται στο Περιστρεφόμενο Σύστημα .
Εκτόξευση από την ΘΕΣΗ :(-0.2407917,0) .
Με Ταχύτητα :(0.465116,(-2.3441035-0.2407917= -2.5848952) . $\Rightarrow |\vec{v}| = 2.626407449$
Την Χρονική στιγμή :(0) . (Οπότε συμπίπτουν τα δύο Συστήματα Συντεταγμένων) .

$$\tau = \frac{td}{nd} = \frac{43.48d}{4.348113d} = 9.99974 \approx 10$$

$$\tau = \frac{td}{nd} = \frac{60.873582d}{4.348113d} \approx 14$$

$$\begin{aligned} &> \text{subs}(\{\mu_T = 0.987852, \mu_\Sigma = 0.012148, z(\tau) = A[1], \xi(\tau) = -0.2407917, \eta(\tau) = 0\}, 2 \cdot U) \\ &\quad 8.718728126 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} &> (15) - Cf = (14)^2 \\ &\quad 8.718728126 - Cf = 5.711154111 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} &> Cf = \text{solve}((16), Cf) \\ &\quad Cf = 3.007574015 \end{aligned} \quad (17)$$

>

$$\begin{aligned} &> a := 384400 \cdot 10^3 \\ &\quad a := 384400000 \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} &> n := \text{evalf}\left(\frac{27.32 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60}{2 \cdot \text{Pi}}\right) \\ &\quad n := 375676.9670 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} &> \frac{a}{n} \\ &\quad 1023.219504 \end{aligned} \quad (20)$$

$$> (14) \cdot \left(\frac{a}{n} \right) \frac{m}{s} \quad \frac{2445.292127}{s} \text{ m} \quad (21)$$

$$> (13) \cdot \left(\frac{a}{n} \right) \frac{m}{s} \quad \frac{2687.391327}{s} \text{ m} \quad (22)$$

$$> \text{ics} := x(0) = -0.2407917, y(0) = 0, D(x)(0) = 0.465116, D(y)(0) = -2.5848952$$

$$\text{ics} := x(0) = -0.2407917, y(0) = 0, D(x)(0) = 0.465116, D(y)(0) = -2.5848952 \quad (23)$$

$$\text{sys} := (10), (11):$$

$$\text{sol} := \text{dsolve}([\text{sys}, \text{ics}], [x(\tau), y(\tau)], \text{numeric}, \text{output} = \text{listprocedure})$$

$$\text{sol} := \left[\tau = \text{proc}(\tau) \dots \text{end proc}, x(\tau) = \text{proc}(\tau) \dots \text{end proc}, \frac{d}{d\tau} x(\tau) = \text{proc}(\tau) \dots \text{end proc}, \frac{d}{d\tau} y(\tau) = \text{proc}(\tau) \dots \text{end proc} \right] \quad (24)$$

$$\text{end proc}, y(\tau) = \text{proc}(\tau) \dots \text{end proc}, \frac{d}{d\tau} y(\tau) = \text{proc}(\tau) \dots \text{end proc} \left]$$

$$> s := \text{odeplot}(\text{sol}, [x(\tau), y(\tau)], 0..14, \text{color} = \text{red}, \text{numpoints} = 10000, \text{legend} = \text{"ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ"}) :$$

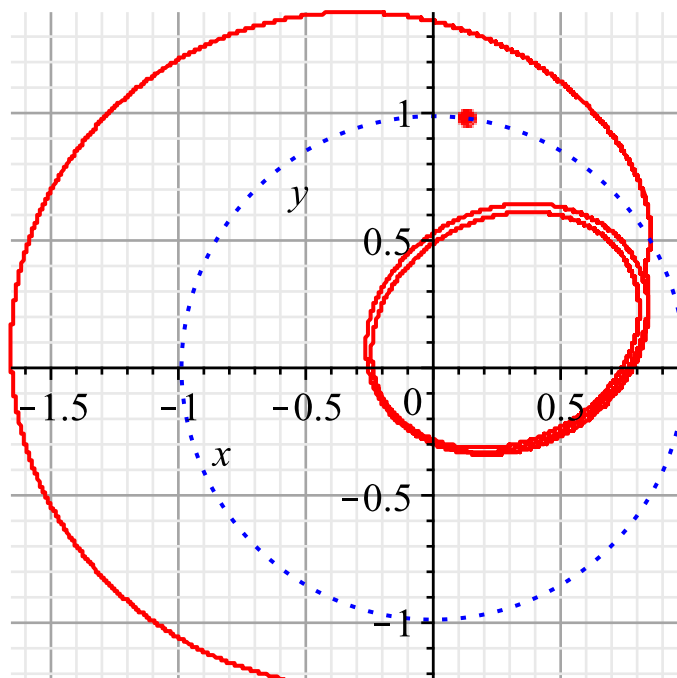
$$> \text{Lune} := \text{point}([0.987852 \cdot \cos(14), 0.987852 \cdot \sin(14)], \text{symbol} = \text{solidcircle}, \text{symbolsize} = 15, \text{color} = \text{red}, \text{legend} = \text{"ΘΕΣΗ ΣΕΛΗΝΗΣ σε \tau=14"}) :$$

$$> \text{TLune} := \text{plot}([0.987852 \cdot \cos(t), 0.987852 \cdot \sin(t)], t = 0..2 \cdot \text{Pi}], \text{linestyle} = 2, \text{color} = \text{blue}, \text{legend} = \text{"ΤΡΟΧΙΑ ΣΕΛΗΝΗΣ"}) :$$

$$> \text{display}(s, \text{Lune}, \text{TLune}, \text{gridlines}, \text{scaling} = \text{constrained}, \text{title} = \text{"ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ \n ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ"}, \text{titlefont} = [\text{arial}, \text{bold}, 14])$$

ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ

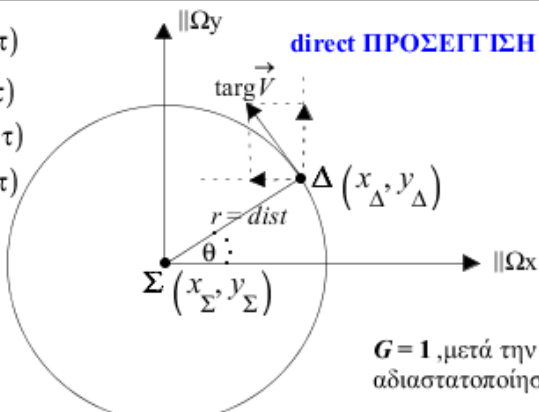


- ΘΕΣΗ ΣΕΛΗΝΗΣ σε $\tau=14$
- ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ
- ... ΤΡΟΧΙΑ ΣΕΛΗΝΗΣ

$$\begin{aligned}x_{\Sigma} &= \mu_{\Gamma} \cdot \cos(\tau) \\y_{\Sigma} &= \mu_{\Gamma} \cdot \sin(\tau) \\ \dot{x}_{\Sigma} &= -\mu_{\Gamma} \cdot \sin(\tau) \\ \dot{y}_{\Sigma} &= \mu_{\Gamma} \cdot \cos(\tau)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{r} &= r \cdot \hat{r} \\ \vec{V} &= r \cdot \dot{\theta} \cdot \hat{\theta} \\ \vec{a} &= -r \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \hat{r}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-\frac{G \cdot \mu_{\Sigma}}{r^2} &= -r \cdot \dot{\theta}^2 = -\frac{V^2}{r} \\ V &= \sqrt{\frac{\mu_{\Sigma}}{r}}\end{aligned}$$



$G = 1$, μετά την
αδιαστατοποίηση

$$\begin{aligned}\text{Ταχύτητα Στόχος: } |targ\vec{V}|_x &= -\sqrt{\frac{\mu_{\Sigma}}{r}} \cdot \sin(\theta) + \dot{x}_{\Sigma} \\ |targ\vec{V}|_y &= \sqrt{\frac{\mu_{\Sigma}}{r}} \cdot \cos(\theta) + \dot{y}_{\Sigma}\end{aligned}$$

Ταχύτητα Δορυφόρου από τις Δ.Ε.
 $|curr\vec{V}|$

Μεταβατική Ταχύτητα : $trans\vec{V}$
 $trans\vec{V} = targ\vec{V} - curr\vec{V}$

$$\cos(\theta) = \frac{(x_{\Delta} - x_{\Sigma})}{r}$$

$$\sin(\theta) = \frac{(y_{\Delta} - y_{\Sigma})}{r}$$

Ταχύτητα Στόχος : Γιά να μπει ο Δορυφόρος σε κυκλική τροχιά ακτίνας r γύρω από την Σελήνη .

ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ

$$\begin{aligned} &> nh := evalf\left(\frac{27.32}{2 \cdot \text{Pi}}\right) \\ & \hspace{15em} nh := 4.348113044 \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} &> \mu\Gamma := 0.987852 \\ & \hspace{15em} \mu\Gamma := 0.987852 \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} &> \mu\Sigma := 0.012148 \\ & \hspace{15em} \mu\Sigma := 0.012148 \end{aligned} \tag{27}$$

$$\begin{aligned} &> sol[2](0) \\ & \hspace{15em} x(\tau)(0) = -0.2407917000000000 \end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned} &> sol[4](0) \\ & \hspace{15em} y(\tau)(0) = 0. \end{aligned} \tag{29}$$

$$\begin{aligned} &> A1 := seq(sol[2](\tau), \tau = 0..14, 0.01) : \\ &> rhs(A1[650]) \\ & \hspace{15em} 0.844522424281034 \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned} &> A2 := seq(sol[4](\tau), \tau = 0..14, 0.01) : \\ &> rhs(A2[650]) \\ & \hspace{15em} 0.286866501116904 \end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned} &> A3 := seq(evalf(0.987852 \cdot \cos(\tau)), \tau = 0..14, 0.01) : \\ &> A3[650] \\ & \hspace{15em} 0.9668008352 \end{aligned} \tag{32}$$

$$\begin{aligned} &> A4 := seq(evalf(0.987852 \cdot \sin(\tau)), \tau = 0..14, 0.01) : \\ &> A4[650] \\ & \hspace{15em} 0.2028490056 \end{aligned} \tag{33}$$

$$\begin{aligned} &> A5 := seq(384400 \cdot \text{sqrt}((A3[i] - rhs(A1[i]))^2 + (A4[i] - rhs(A2[i]))^2), i = 1..1401) : \\ &> A5[650] \\ & \hspace{15em} 57029.9204782986 \end{aligned} \tag{34}$$

$$\begin{aligned} &> A5[675] \\ & \hspace{15em} 22272.7224428214 \end{aligned} \tag{35}$$

ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΑΠΟ ΤΟ ΚΕΝΤΡΟ ΤΗΣ ΣΕΛΗΝΗΣ Αδιάστατη :

$$\begin{aligned} &> dist := seq(\text{sqrt}((A3[i] - rhs(A1[i]))^2 + (A4[i] - rhs(A2[i]))^2), i = 1..1401) : \\ &> r1 := dist[675] \\ & \hspace{15em} r1 := 0.0579415256056747 \end{aligned} \tag{36}$$

$$\begin{aligned} &> r2 := dist[676] \\ & \hspace{15em} r2 := 0.0555481582655890 \end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned} &> r3 := dist[677] \\ & \hspace{15em} r3 := 0.0535097611614086 \end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned} &> r4 := dist[678] \\ & \hspace{15em} r4 := 0.0518810596447317 \end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned} &> r5 := dist[679] \\ & \hspace{15em} r5 := 0.0507119528001352 \end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned} &> r6 := dist[680] \\ & \hspace{15em} r6 := 0.0500414230247839 \end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned} &> r7 := dist[681] \\ & \hspace{15em} r7 := 0.0498917750234140 \end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned}
& \text{> } r8 := \text{dist}[682] & r8 := 0.0502648498313448 & (43) \\
& \text{> } r9 := \text{dist}[683] & r9 := 0.0511415696848817 & (44) \\
& \text{> } r10 := \text{dist}[684] & r10 := 0.0524850129614259 & (45) \\
& \text{> } r11 := \text{dist}[685] & r11 := 0.0542459309210273 & (46) \\
& \text{> } r12 := \text{dist}[686] & r12 := 0.0563689813189569 & (47) \\
& \text{>}
\end{aligned}$$

Συντεταγμένες Δορυφόρου Αδιάστατες:

$$\begin{aligned}
& \text{> } xD1 := \text{rhs}(A1[675]) & xD1 := 0.834396713700568 & (48) \\
& \text{> } yD1 := \text{rhs}(A2[675]) & yD1 := 0.410509395208655 & (49) \\
& \text{> } xD2 := \text{rhs}(A1[676]) & xD2 := 0.835122417794736 & (50) \\
& \text{> } yD2 := \text{rhs}(A2[676]) & yD2 := 0.415026267552668 & (51) \\
& \text{> } xD3 := \text{rhs}(A1[677]) & xD3 := 0.836081437042197 & (52) \\
& \text{> } yD3 := \text{rhs}(A2[677]) & yD3 := 0.419703791505048 & (53) \\
& \text{> } xD4 := \text{rhs}(A1[678]) & xD4 := 0.837270684525652 & (54) \\
& \text{> } yD4 := \text{rhs}(A2[678]) & yD4 := 0.424599110357007 & (55) \\
& \text{> } xD5 := \text{rhs}(A1[679]) & xD5 := 0.838672747075658 & (56) \\
& \text{> } yD5 := \text{rhs}(A2[679]) & yD5 := 0.429771199842376 & (57) \\
& \text{> } xD6 := \text{rhs}(A1[680]) & xD6 := 0.840254166300075 & (58) \\
& \text{> } yD6 := \text{rhs}(A2[680]) & yD6 := 0.435275518405296 & (59) \\
& \text{> } xD7 := \text{rhs}(A1[681]) & xD7 := 0.841966159494551 & (60) \\
& \text{> } yD7 := \text{rhs}(A2[681]) & yD7 := 0.441157736295459 & (61) \\
& \text{> } xD8 := \text{rhs}(A1[682]) & xD8 := 0.843748295181200 & (62) \\
& \text{> } yD8 := \text{rhs}(A2[682]) & yD8 := 0.447448130664729 & (63) \\
& \text{> } xD9 := \text{rhs}(A1[683]) & xD9 := 0.845534490670365 & (64)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& > yD9 := rhs(A2[683]) && yD9 := 0.454158287361005 && (65) \\
& > xD10 := rhs(A1[684]) && xD10 := 0.847259776057798 && (66) \\
& > yD10 := rhs(A2[684]) && yD10 := 0.461281030762572 && (67) \\
& > xD11 := rhs(A1[685]) && xD11 := 0.848866068660084 && (68) \\
& > yD11 := rhs(A2[685]) && yD11 := 0.468793319780578 && (69) \\
& > xD12 := rhs(A1[686]) && xD12 := 0.850305791900613 && (70) \\
& > yD12 := rhs(A2[686]) && yD12 := 0.476660915017250 && (71)
\end{aligned}$$

Συντεταγμένες Σελήνης Αδιάστατες:

$$\begin{aligned}
& > xS1 := A3[675] && xS1 := 0.8865596914 && (72) \\
& > yS1 := A4[675] && yS1 := 0.4357332757 && (73) \\
& > xS2 := A3[676] && xS2 := 0.8821581036 && (74) \\
& > yS2 := A4[676] && yS2 := 0.4445769384 && (75) \\
& > xS3 := A3[677] && xS3 := 0.8776683008 && (76) \\
& > yS3 := A4[677] && yS3 := 0.4533761437 && (77) \\
& > xS4 := A3[678] && xS4 := 0.8730907318 && (78) \\
& > yS4 := A4[678] && yS4 := 0.4621300118 && (79) \\
& > xS5 := A3[679] && xS5 := 0.8684258546 && (80) \\
& > yS5 := A4[679] && yS5 := 0.4708376673 && (81) \\
& > xS6 := A3[680] && xS6 := 0.8636741355 && (82) \\
& > yS6 := A4[680] && yS6 := 0.4794982395 && (83) \\
& > xS7 := A3[681] && xS7 := 0.8588360496 && (84) \\
& > yS7 := A4[681] && yS7 := 0.4881108621 && (85) \\
& > xS8 := A3[682] && xS8 := 0.8539120809 && (86) \\
& > yS8 := A4[682]
\end{aligned}$$

	$yS8 := 0.4966746742$	(87)
> xS9 := A3[683]	$xS9 := 0.8489027217$	(88)
> yS9 := A4[683]	$yS9 := 0.5051888191$	(89)
> xS10 := A3[684]	$xS10 := 0.8438084729$	(90)
> yS10 := A4[684]	$yS10 := 0.5136524456$	(91)
> xS11 := A3[685]	$xS11 := 0.8386298441$	(92)
> yS11 := A4[685]	$yS11 := 0.5220647073$	(93)
> xS12 := A3[686]	$xS12 := 0.8333673529$	(94)
> yS12 := A4[686]	$yS12 := 0.5304247629$	(95)
>		
Ταχύτητα Σελήνης Αδιάστατη:		
> A8 := seq(evalf(-0.987852·sin(τ)), τ=0..14, 0.01) :		
> A8[675]	-0.4357332757	(96)
> A9 := seq(evalf(0.987852·cos(τ)), τ=0..14, 0.01) :		
> A9[675]	0.8865596914	(97)
>		
> xVS1 := A8[675]	$xVS1 := -0.4357332757$	(98)
> yVS1 := A9[675]	$yVS1 := 0.8865596914$	(99)
> xVS2 := A8[676]	$xVS2 := -0.4445769384$	(100)
> yVS2 := A9[676]	$yVS2 := 0.8821581036$	(101)
> xVS3 := A8[677]	$xVS3 := -0.4533761437$	(102)
> yVS3 := A9[677]	$yVS3 := 0.8776683008$	(103)
> xVS4 := A8[678]	$xVS4 := -0.4621300118$	(104)
> yVS4 := A9[678]	$yVS4 := 0.8730907318$	(105)
> xVS5 := A8[679]	$xVS5 := -0.4708376673$	(106)
> yVS5 := A9[679]	$yVS5 := 0.8684258546$	(107)

```

> xVS6 := A8[680]
xVS6 := -0.4794982395 (108)
[
> yVS6 := A9[680]
yVS6 := 0.8636741355 (109)
[
> xVS7 := A8[681]
xVS7 := -0.4881108621 (110)
[
> yVS7 := A9[681]
yVS7 := 0.8588360496 (111)
[
> xVS8 := A8[682]
xVS8 := -0.4966746742 (112)
[
> yVS8 := A9[682]
yVS8 := 0.8539120809 (113)
[
> xVS9 := A8[683]
xVS9 := -0.5051888191 (114)
[
> yVS9 := A9[683]
yVS9 := 0.8489027217 (115)
[
> xVS10 := A8[684]
xVS10 := -0.5136524456 (116)
[
> yVS10 := A9[684]
yVS10 := 0.8438084729 (117)
[
> xVS11 := A8[685]
xVS11 := -0.5220647073 (118)
[
> yVS11 := A9[685]
yVS11 := 0.8386298441 (119)
[
> xVS12 := A8[686]
xVS12 := -0.5304247629 (120)
[
> yVS12 := A9[686]
yVS12 := 0.8333673529 (121)
[
>
TAXYTHTA ΣΩΜΑΤΟΣ curntV . (Από τις Δ.Ε. κίνησης)
[
>
[
> xVD1 := rhs(sol[3](6.75))
xVD1 := 0.0841831401091922 (122)
[
> yVD1 := rhs(sol[5](6.75))
yVD1 := 0.458804241756713 (123)
[
>
[
> xVD2 := rhs(sol[3](6.76))
xVD2 := 0.107575165814679 (124)
[
> yVD2 := rhs(sol[5](6.76))
yVD2 := 0.477659052576294 (125)
[
> xVD3 := rhs(sol[3](6.77))
xVD3 := 0.129987014165493 (126)
[
> yVD3 := rhs(sol[5](6.77))
yVD3 := 0.502396362147532 (127)
[
> xVD4 := rhs(sol[3](6.78))
xVD4 := 0.149866875864556 (128)
[
> yVD4 := rhs(sol[5](6.78))

```

```

[=
> yVD4 := rhs(sol[3](6.79))
[=
> xVD5 := rhs(sol[3](6.79))
[=
> yVD5 := rhs(sol[5](6.79))
[=
> xVD6 := rhs(sol[3](6.80))
[=
> yVD6 := rhs(sol[5](6.80))
[=
> xVD7 := rhs(sol[3](6.81))
[=
> yVD7 := rhs(sol[5](6.81))
[=
> xVD8 := rhs(sol[3](6.82))
[=
> yVD8 := rhs(sol[5](6.82))
[=
> xVD9 := rhs(sol[3](6.83))
[=
> yVD9 := rhs(sol[5](6.83))
[=
> xVD10 := rhs(sol[3](6.84))
[=
> yVD10 := rhs(sol[5](6.84))
[=
> xVD11 := rhs(sol[3](6.85))
[=
> yVD11 := rhs(sol[5](6.85))
[=
> xVD12 := rhs(sol[3](6.86))
[=
> yVD12 := rhs(sol[5](6.86))
[=
>
[=
> ΔΣ := seq(3476, i = 1 ..1401) :
[=
> A6 :=  $\frac{\Delta_{\Sigma}}{2}$  :
[=
> A7 := seq(A5[i] - A6[i], i = 1 ..1401) :
[=
> ΑΠΟΣΤΑΣΗΑΠΟΤΗΝΕΠΙΦΑΝΕΙΑΤΗΣΣΕΛΗΝΗΣ :=
seq(A5[i] - A6[i], i = 1 ..1401) :
[=
> A7[675]
[=
> A7[676]
[=
> A7[677]

```

(129)

(130)

(131)

(132)

(133)

(134)

(135)

(136)

(137)

(138)

(139)

(140)

(141)

(142)

(143)

(144)

(145)

(146)

(147)

(148)

18831.1521904455 (148)

> A7[678]

18205.0793274348 (149)

> A7[679]

17755.6746563720 (150)

> A7[680]

17497.9230107269 (151)

> **minS := A7[681] km**

minS := 17440.3983190003 km (152)

> A7[682]

17583.8082751690 (153)

> A7[683]

17920.8193868685 (154)

> A7[684]

18437.2389823721 (155)

> A7[685]

19114.1358460429 (156)

> A7[686]

19930.2364190070 (157)

**ΜΕΤΑ ΤΟΝ ΓΕΝΙΚΟ ΕΠΑΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ , ΕΠΑΥΠΟΛΟΓΙΖΟΥΜΕ ΤΟ ΛΟΓΙΣΤΙΚΟ
ΦΥΛΛΟ .!!!!**

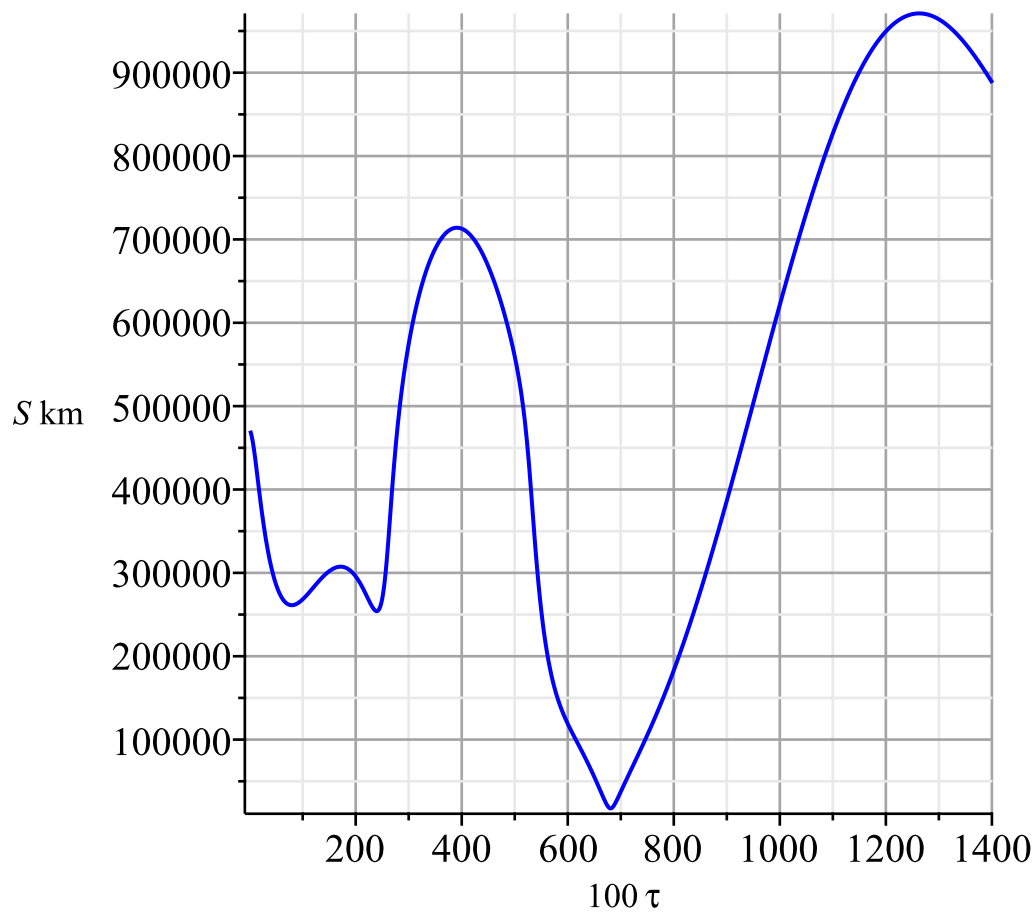
>

S A B B A S -																
1	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
2	t	r(d)	distance	distance(km)	ΣΣ	ΣΔ	ΣΔ - ΣΣ	ΣΣ	ΣΔ	ΣΔ - ΣΣ	cos(θ)	sin(θ)	"sqrt(ΣΣ/r)"	"-sqrt(ΣΣ/r)*sin(θ)"	"sqrt(ΣΣ/r)*cos(θ)"	FΣx
3	6.750000000	29.349763050	0.0579415256	22272.7224428214	0.8865596914	0.8343967137	-0.0521629777	0.4357332757	0.4105093952	-0.02522238805	-0.9002693173	-0.4353333853	0.4578860670	0.1993330916	-0.4122207769	-0.43537332757
4	6.760000000	29.393244180	0.0555481583	21352.7120372924	0.8821581036	0.8351224178	-0.0470356858	0.4445769384	0.4150262676	-0.0295506708	-0.8467550910	-0.5319829094	0.4676463613	0.2487798719	-0.3959819372	-0.4445769384
5	6.770000000	29.4367253100	0.0535097612	20569.1521904455	0.8776683008	0.8360814370	-0.0415868638	0.4533761437	0.4197037915	-0.0336723522	-0.7771827580	-0.6292740484	0.4764703555	0.2998308584	-0.3703045450	-0.4533761437
6	6.780000000	29.4802064400	0.0518810596	19943.0793274348	0.8730907318	0.8372706845	-0.0358200473	0.4621300118	0.4245991104	-0.0375309014	-0.6994262850	-0.7234027543	0.4838914770	0.3500484272	-0.3340913948	-0.4621300118
7	6.790000000	29.5236875700	0.0507119528	19493.6746563720	0.8684258546	0.8386727471	-0.0297531075	0.4708376673	0.4297711998	-0.0410664675	-0.5867079827	-0.8097985818	0.4894374809	0.3963457779	-0.2871568771	-0.4708376673
8	6.800000000	29.5671687000	0.0500414230	19235.9230107269	0.8636741355	0.8402541663	-0.0234199692	0.4794982395	0.4352755184	-0.0442227211	-0.4680116548	-0.8837222929	0.4927056767	0.4354149903	-0.2305919991	-0.4794982395
9	6.810000000	29.6106498300	0.0498917750	19178.3983130003	0.8585360406	0.8419661595	-0.0168688901	0.4881108621	0.4411577363	-0.0469531258	-0.3381296837	-0.9410995256	0.4934440470	0.4832511177	-0.1668400795	-0.4881108621
10	6.820000000	29.6541309600	0.0502648498	19321.8082751690	0.8539120809	0.8437482952	-0.0101637857	0.4966746742	0.4474481307	-0.0492265435	-0.8517163856	-0.9793432926	0.4916094210	0.4814543890	-0.0994057046	-0.4966746742
11	6.830000000	29.6976120900	0.0511415697	19658.8193868685	0.8489027217	0.8455344907	-0.0033682310	0.5051888191	0.4541582874	-0.0510305317	-0.0658609239	-0.9978288123	0.4873773753	0.4863101875	-0.0320991242	-0.5051888191
12	6.840000000	29.7410932200	0.0524850130	20175.2389823721	0.8438084729	0.8472597761	0.0034513032	0.5136524456	0.4612810308	-0.0523714148	0.0657578795	-0.9978356083	0.4810993135	0.4800580262	0.0316360707	-0.5136524456
13	6.850000000	29.7845743500	0.0542459309	20852.1358460429	0.8386298441	0.8488660687	0.0102362246	0.5220647073	0.4687933198	-0.0532713875	0.1887003207	-0.9820347188	0.4732262296	0.4647245873	0.0892979413	-0.5220647073
14	6.860000000	29.8280554800	0.0563689813	21668.2364190070	0.8333673529	0.8503057919	0.0169384390	0.5304247629	0.4766609150	-0.0537638479	0.3004921963	-0.9537842733	0.4642290336	0.4427743514	0.1394972019	-0.5304247629
15																

>

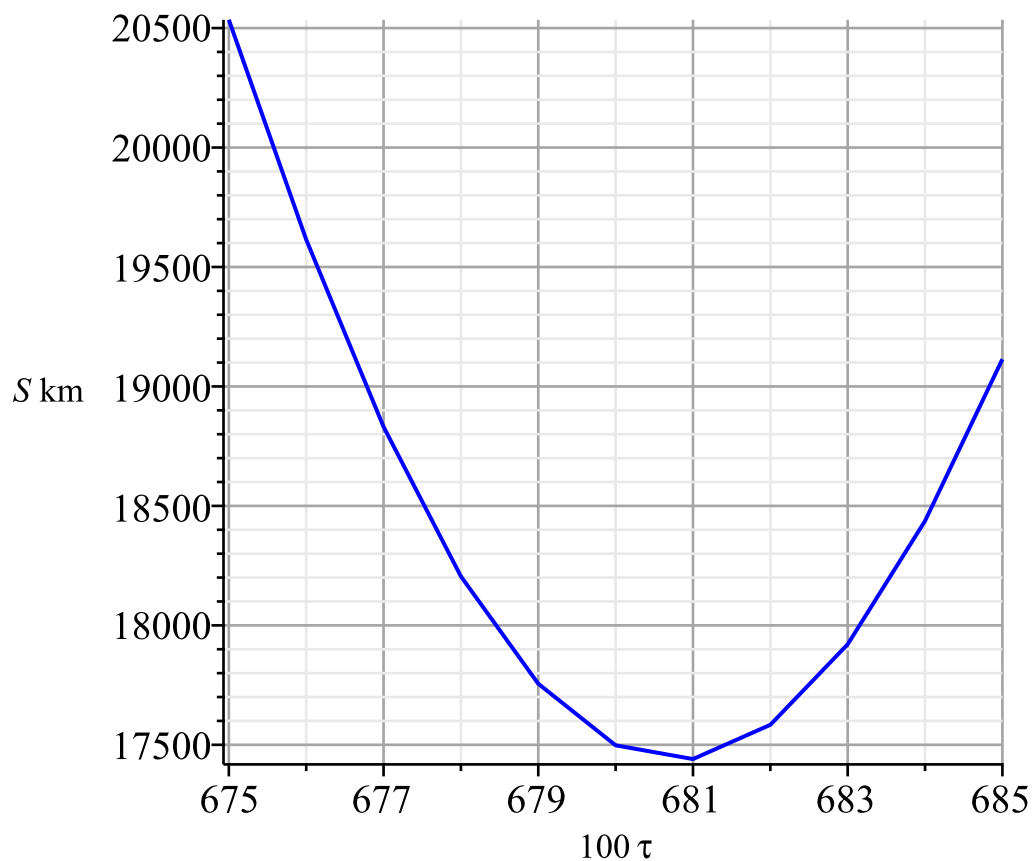
> **pointplot**({ seq([n, sin($\frac{n}{10}$)], n = 0 ..30) }) :

> **pointplot**([seq([i, A7[i]], i = 1 ..1401)], labels = [τ · 100, Skm], style = line, gridlines, color = blue, legend = "ΑΠΟΣΤΑΣΗ Σ ΔΟΥΡΥΦΟΡΟΥ ΑΠΟ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΣΕΛΗΝΗΣ ")



— ΑΠΟΣΤΑΣΗ S ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΑΠΟ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ
ΣΕΛΗΝΗΣ

```
> pointplot( [seq( [i, A7[i]], i = 675 ..685) ], labels = [τ·100, Skm ], style = line, gridlines, color
= blue, legend
= "ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΑ\ηΑΠΟΣΤΑΣΗ S ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΑΠΟ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ ΣΕΛΗΝΗΣ ")
```



ΛΕΠΤΟΜΕΡΕΙΑ

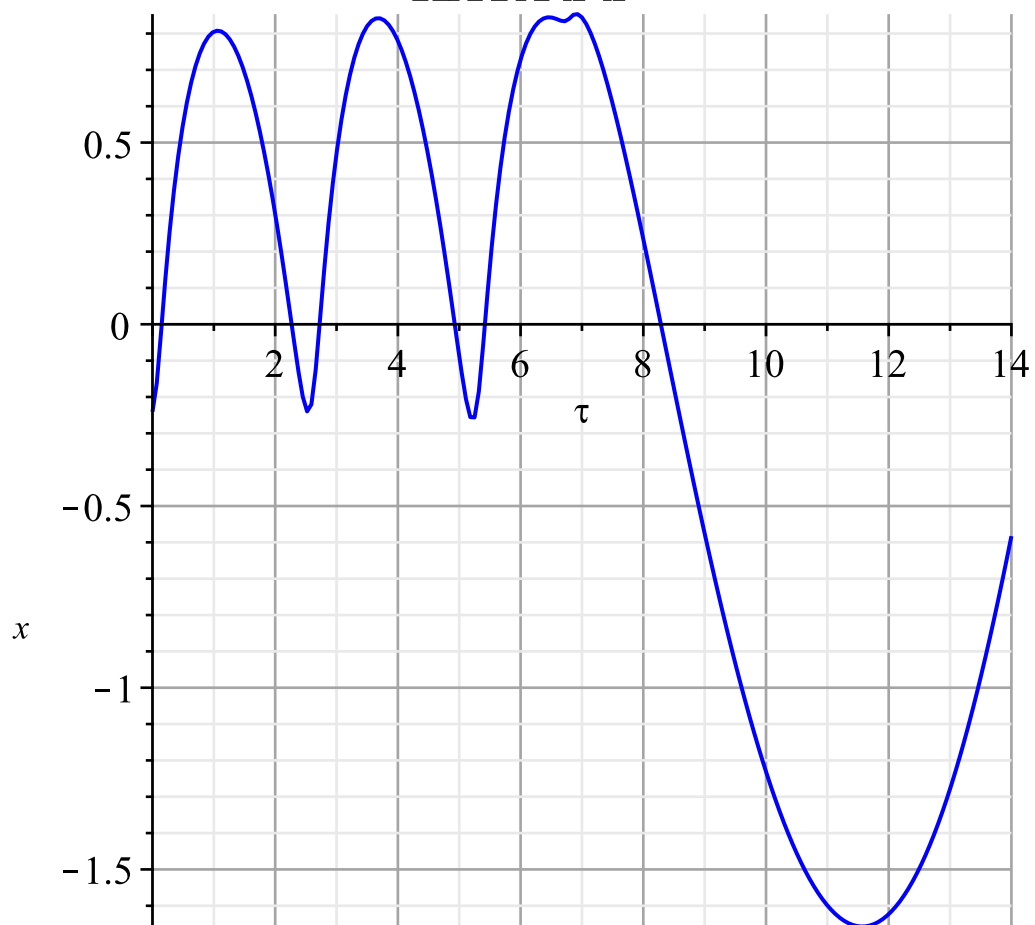
— ΑΠΟΣΤΑΣΗ Σ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΑΠΟ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑ
ΣΕΛΗΝΗΣ

```

>
> s1 := odeplot(sol, [τ, x(τ)], 0..14, color=blue, title
    = "ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΙΑΝΥΘΕΙΣΑ ΑΠΟ ΔΟΡΥΦΟΡΟ ΚΑΤΑ x-x", titlefont = [arial, bold,
    14]) :
> s2 := odeplot(sol, [τ, y(τ)], 0..14, color=blue, title
    = "ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΙΑΝΥΘΕΙΣΑ ΑΠΟ ΔΟΡΥΦΟΡΟ ΚΑΤΑ y-y", titlefont = [arial, bold,
    14]) :
> v1 := odeplot(sol, [τ, diff(x(τ), τ)], 0..14, labels = [τ, V1], color=red, title
    = "ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΚΑΤΑ x-x", titlefont = [arial, bold, 14]) :
> v2 := odeplot(sol, [τ, diff(y(τ), τ)], 0..14, labels = [τ, V2], color=red, title
    = "ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΚΑΤΑ y-y", titlefont = [arial, bold, 14]) :
> display(s1, gridlines)

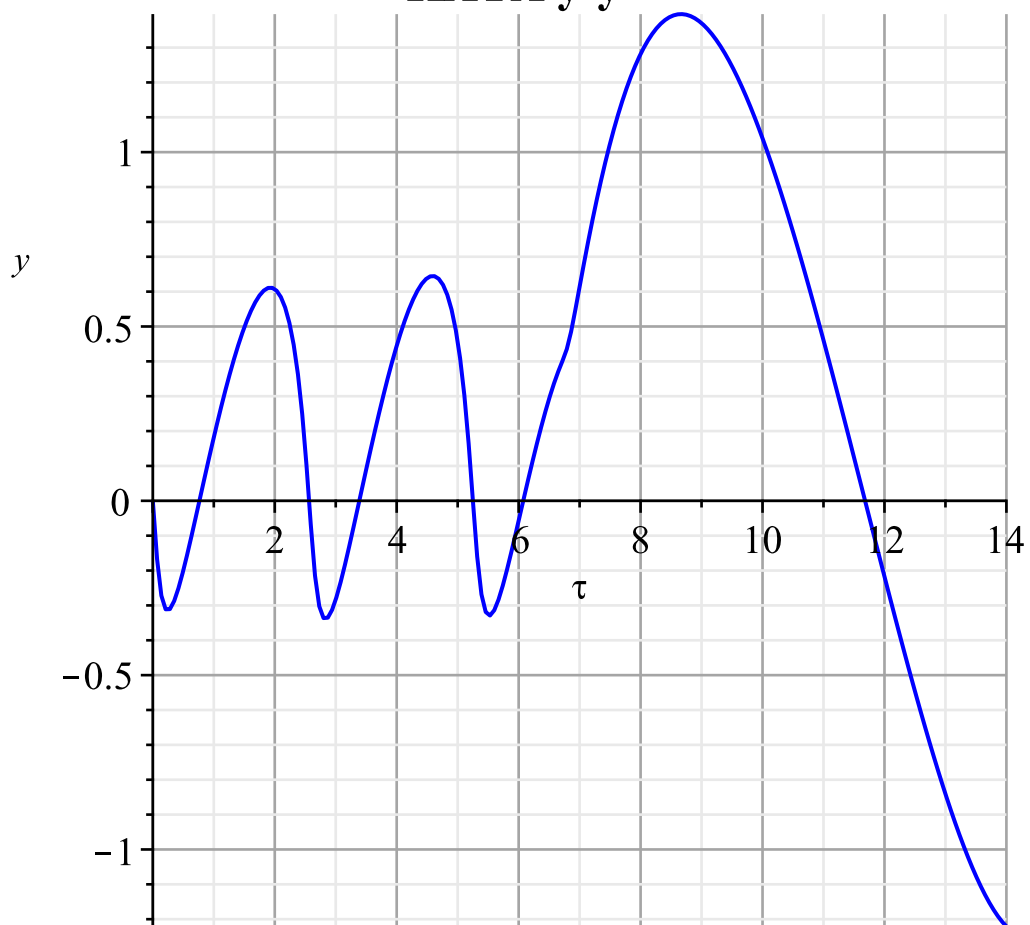
```

ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΙΑΝΥΘΕΙΣΑ ΑΠΟ ΔΟΥΦΟΡΟ ΚΑΤΑ x-x



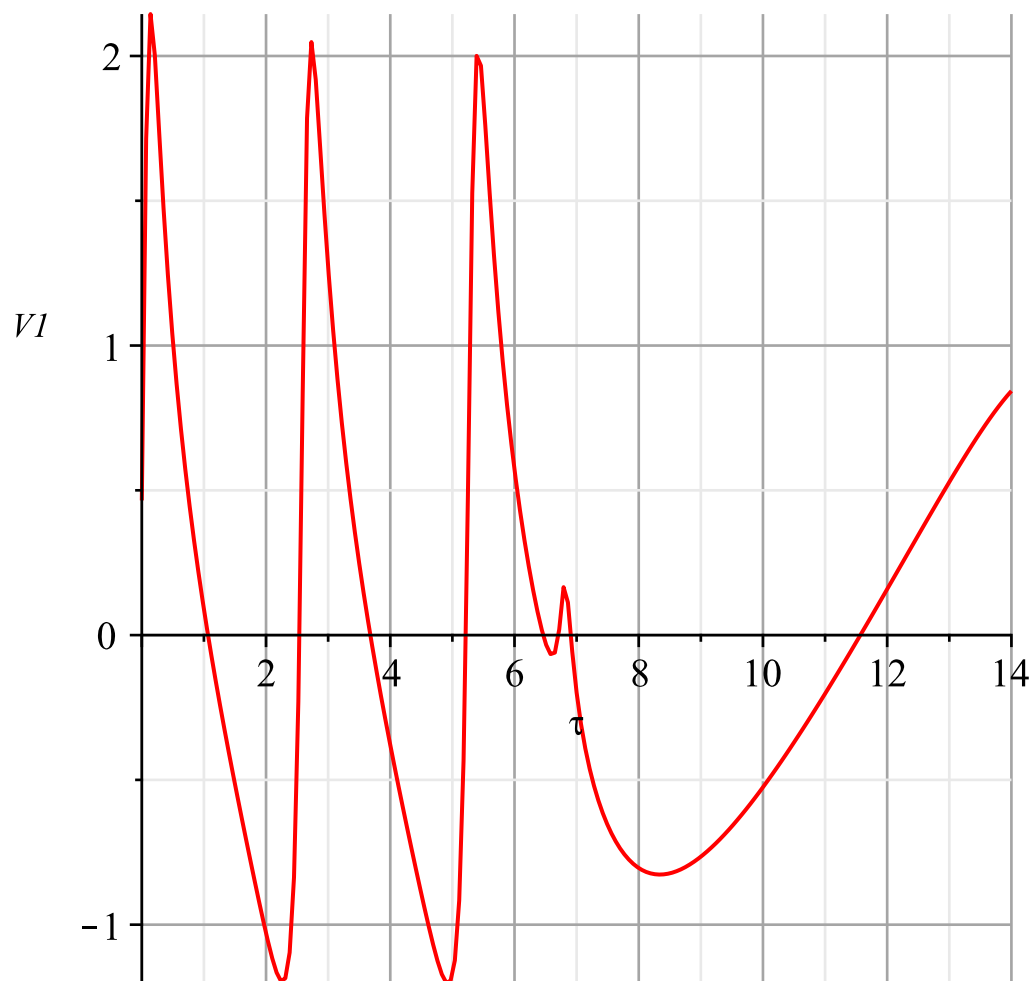
> `display(s2, gridlines)`

ΑΠΟΣΤΑΣΗ ΔΙΑΝΥΘΕΙΣΑ ΑΠΟ ΔΟΡΥΦΟΡΟ ΚΑΤΑ y-y



```
> display(v1, gridlines)
```

ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΚΑΤΑ x-x



```
> display(v2, gridlines)
```

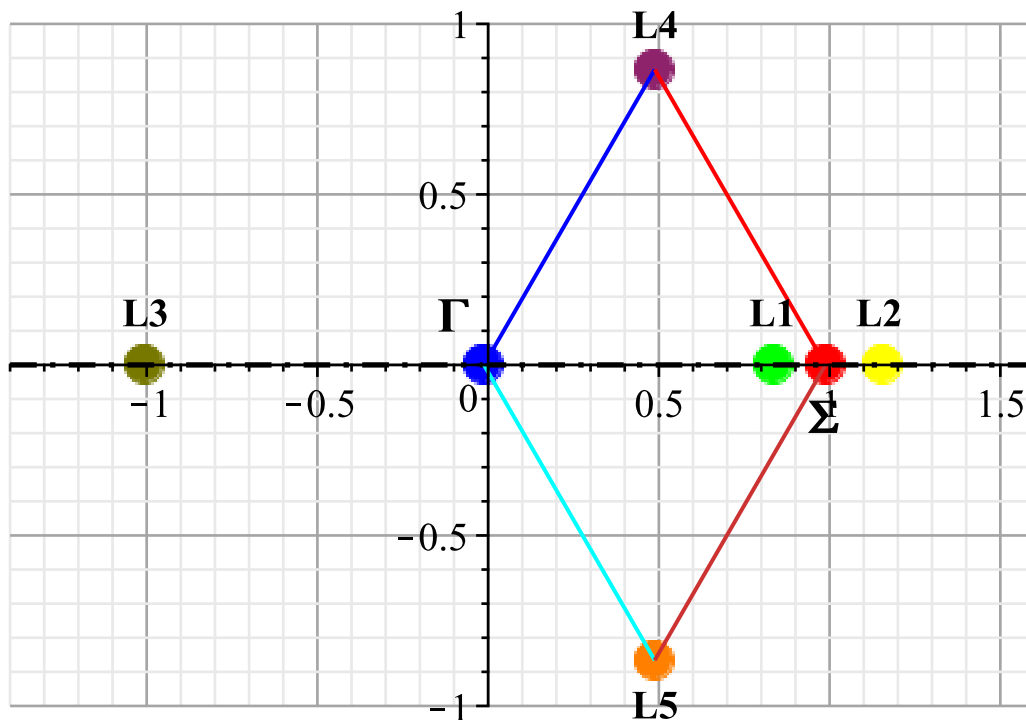


```

= solidcircle, symbolsize = 30, scaling = constrained) :
>
> l1 := line( [ -1.4, 0], [1.6, 0], linestyle = dashdot, color = black, thickness = 2) :
> l2 := line( terre, L[4], color = blue) :
> l3 := line( terre, L[5], color = cyan) :
> l4 := line( lune, L[4], color = red) :
> l5 := line( lune, L[5], color = orange) :
> Lin := display(l1, l2, l3, l4, l5) :
> T1 := textplot( [0.8369278491, 0.15, "L1"], font = [arial, bold, 12]) :
> T2 := textplot( [1.15, 0.15, "L2"], font = [arial, bold, 12]) :
> T3 := textplot( [-1.005061569, 0.15, "L3"], font = [arial, bold, 12]) :
> T4 := textplot( [0.4878520000, 1.0, "L4"], font = [arial, bold, 12]) :
> T5 := textplot( [0.4878520000, -1.0, "L5"], font = [arial, bold, 12]) :
> T6 := textplot( [-0.1, 0.15, "Γ"], font = [arial, bold, 14]) :
> T7 := textplot( [0.98, -0.15, "Σ"], font = [arial, bold, 14]) :
> T := display(T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7) :
> display(P, Lin, T, gridlines, title = "ΣΗΜΕΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ", titlefont = [arial, bold, 14])

```

ΣΗΜΕΙΑ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

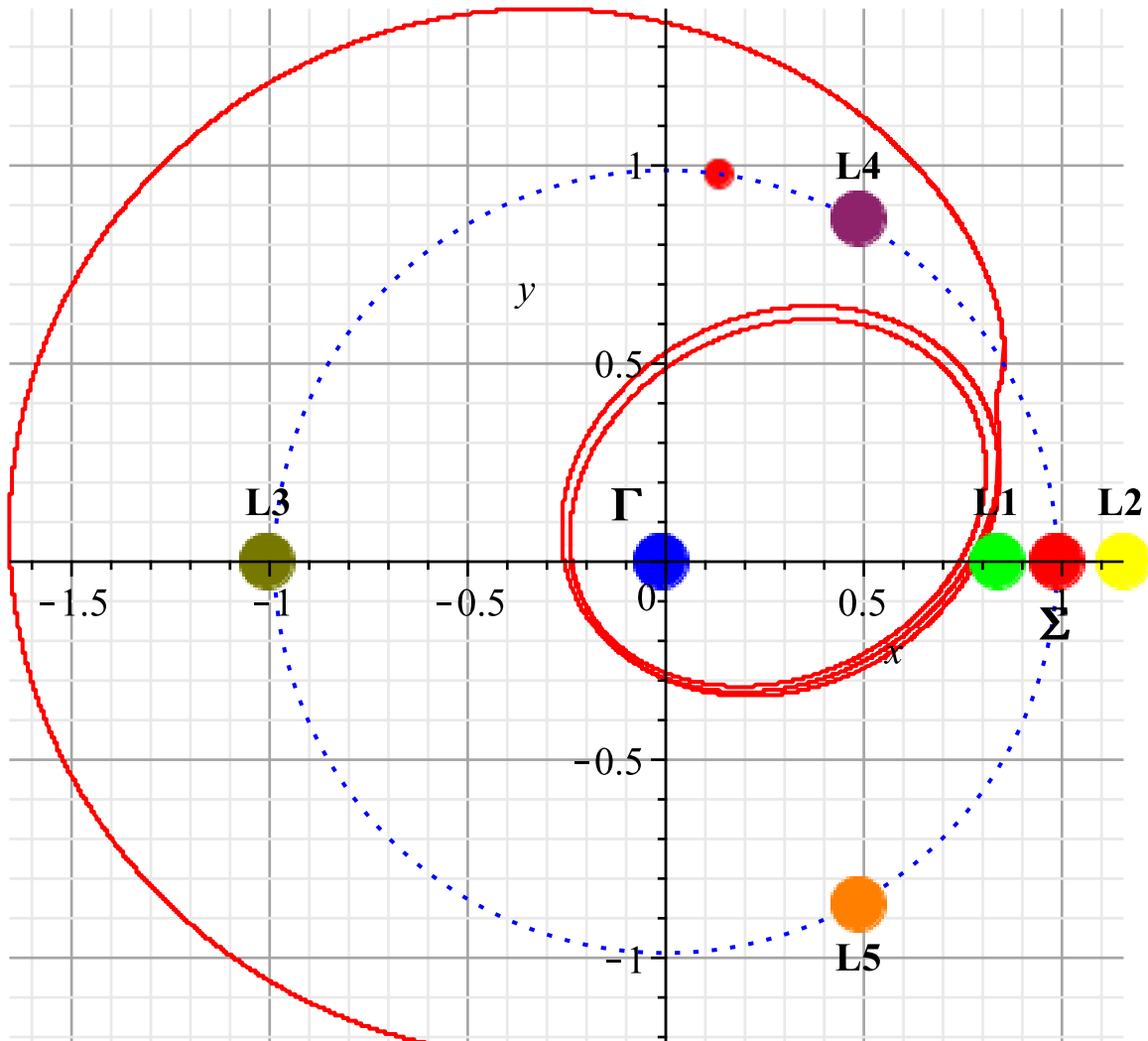


```

> display(s, Lune, TLune, P, T, gridlines, scaling = constrained, title
= "ΤΙ Ρ Ι Ν ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ\ηΣΑΒΒΑΣ Π.
ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [arial, bold, 14])

```


ΠΡΙΝ ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



● ΘΕΣΗ ΣΕΛΗΝΗΣ σε $\tau=14$ — ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ
⋯ ΤΡΟΧΙΑ ΣΕΛΗΝΗΣ

ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ($\Omega_{\xi\eta z}$). 1401 ΣΗΜΕΙΑ.

> *pointplot* $\left(\left\{ seq \left(\left[n, \sin \left(\frac{n}{10} \right) \right], n = 0 .. 30 \right) \right\} \right) :$

> $\xi(\tau) = rhs(sol[2](\tau)) \cdot \cos(\tau) + rhs(sol[4](\tau)) \cdot \sin(\tau)$
 $\xi(\tau) = x(tau)(\tau) \cos(\tau) + y(tau)(\tau) \sin(\tau)$

(165)

$$\begin{aligned} > \eta(\tau) = -rhs(sol[2](\tau)) \cdot \sin(\tau) + rhs(sol[4](\tau)) \cdot \cos(\tau) \\ & \quad \eta(\tau) = -x(\tau) \sin(\tau) + y(\tau) \cos(\tau) \end{aligned} \quad (166)$$

$$> \Xi := evalf(seq(rhs(sol[2](\tau)) \cdot \cos(\tau) + rhs(sol[4](\tau)) \cdot \sin(\tau), \tau = 0..14, 0.01)) :$$

$$> H := evalf(seq(-rhs(sol[2](\tau)) \cdot \sin(\tau) + rhs(sol[4](\tau)) \cdot \cos(\tau), \tau = 0..14, 0.01)) :$$

$$\begin{aligned} > \Xi[1401] \\ & \quad -1.28922527419588 \end{aligned} \quad (167)$$

$$\begin{aligned} > H[1401] \\ & \quad 0.410485422997316 \end{aligned} \quad (168)$$

$$\begin{aligned} > \Xi[1] \\ & \quad -0.2407917000000000 \end{aligned} \quad (169)$$

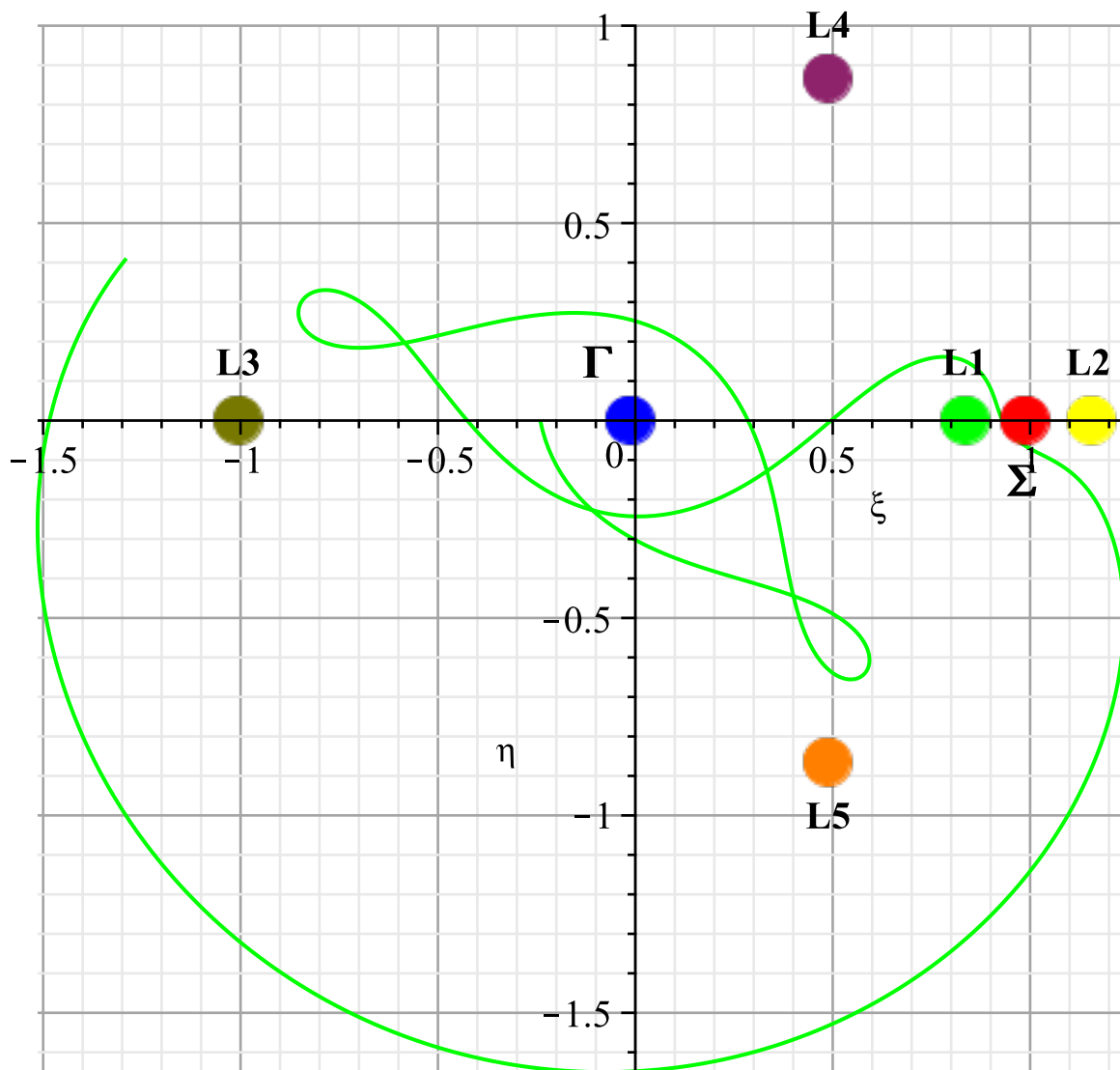
$$\begin{aligned} > H[1] \\ & \quad 0. \end{aligned} \quad (170)$$

$$> P1 := pointplot([seq([\Xi[i], H[i]], i = 1..1401)], labels = [\xi, \eta], style = line, color = green, legend = "ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΥΦΟΡΟΥ") :$$

$$> Lune1 := point([0.987852, 0], symbol = solidcircle, symbolsize = 15, color = red, legend = "ΘΕΣΗ ΣΕΛΗΝΗΣ -ΣΤΑΘΕΡΗ") :$$

$$> display(P1, Lune1, P, T, gridlines, scaling = constrained, title = "Π Ρ Ι Ν ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ \n ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [arial, bold, 14])$$

ΠΡΙΝ ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ

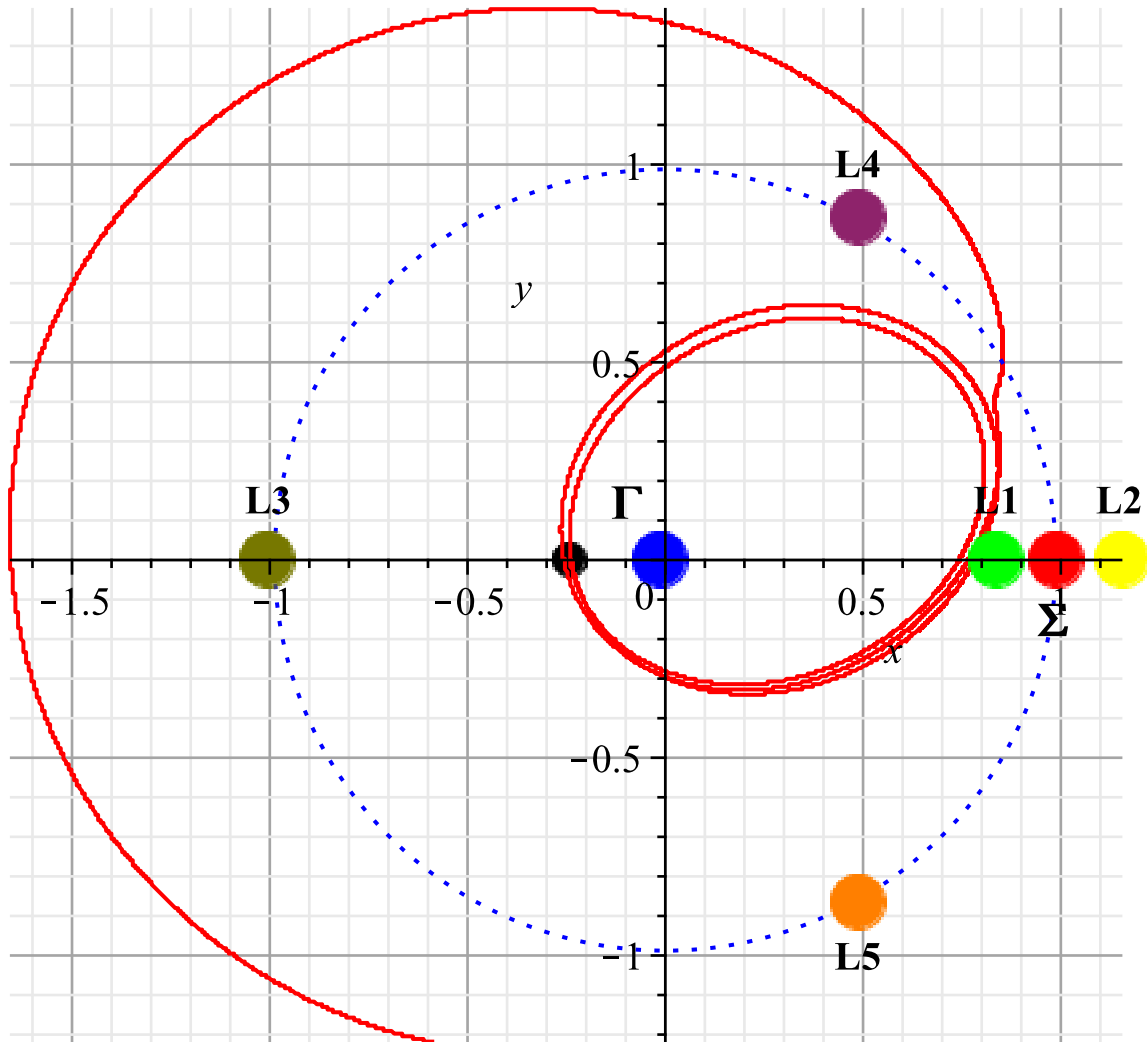


● ΘΕΣΗ ΣΕΛΗΝΗΣ -ΣΤΑΘΕΡΗ — ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ

ANIMATE (Επαναϋπολογίζουμε & Αλλάζουμε κατά
βούληση το βήμα $i : \tau = 0 \dots 14, i \Rightarrow p.e. i=0.4$

- > $ADor := display(seq(point([rhs(sol[2])(\tau)], rhs(sol[4])(\tau)], color = black, symbol = solidcircle, symbolsize = 20), \tau = 0 \dots 14, 1), insequence = true) :$
- > $ALune := display(seq(point([0.987852 \cdot \cos(\tau), 0.987852 \cdot \sin(\tau)], color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 20), \tau = 0 \dots 14, 1), insequence = true) :$
- > $display(s, TLune, P, T, ADor, ALune, gridlines, scaling = constrained, title = "ΠΡΙΝ ANIMATE \n ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ \n ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [arial, bold, 14])$

Π Ρ Ι Ν A N I M A T E
ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ
ΣΥΣΤΗΜΑ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ

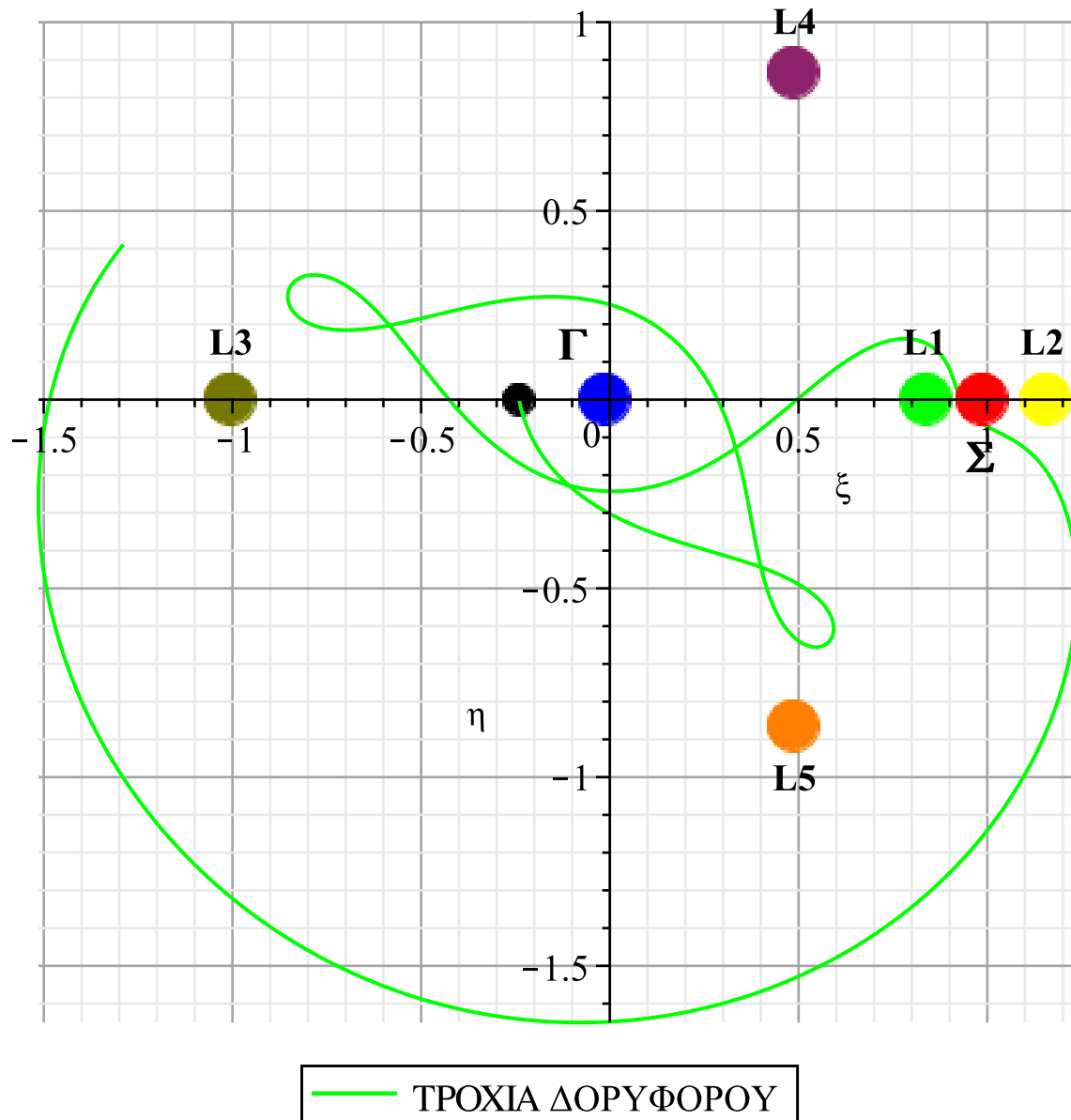


— ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ···· ΤΡΟΧΙΑ ΣΕΛΗΝΗΣ

ANIMATE (Επαναυπολογίζουμε & Αλλάζουμε κατά
 βούληση το βήμα $i : \tau = 0 \dots 14, i \Rightarrow \text{p.e. } i=0.1$

- > $ADor1 := display(seq(point([rhs(sol[2](\tau)) \cdot \cos(\tau) + rhs(sol[4](\tau)) \cdot \sin(\tau),$
 $-rhs(sol[2](\tau)) \cdot \sin(\tau) + rhs(sol[4](\tau)) \cdot \cos(\tau)], color = black, symbol$
 $= solidcircle, symbolsize = 20), \tau = 0 \dots 14, 1), insequence = true) :$
- > $display(P1, P, T, ADor1, gridlines, scaling = constrained, title$
 $= "Π Ρ Ι Ν A N I M A T E \backslash n ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ$
 $ΣΥΣΤΗΜΑ \backslash n ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [arial, bold, 14])$

Π Ρ Ι Ν Α Ν Ι Μ Α Τ Ε
ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ
ΣΥΣΤΗΜΑ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗΣ ΣΤΗ ΣΕΛΗΝΗ & ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΤΡΟΧΙΑΣ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΜΕ ΤΙΣ ΑΡΧΙΚΕΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΤΟΥ ΠΙΝΑΚΑ ΓΙΑ $\tau=6.81$.

> ics1 := x(6.81) = 0.8419661595, y(6.81) = 0.4411577363, D(x)(6.81) = 0.179530644081552, D(y)(6.81) = 0.649996346639739

ics1 := x(6.81) = 0.8419661595, y(6.81) = 0.4411577363, D(x)(6.81) = 0.179530644081552, D(y)(6.81) = 0.649996346639739

(171)

> sol1 := dsolve([sys, ics1], [x(τ), y(τ)], numeric, output = listprocedure)

$$sol1 := \left[\tau = \text{proc}(\tau) \dots \text{end proc}, x(\tau) = \text{proc}(\tau) \dots \text{end proc}, \frac{d}{d\tau} x(\tau) = \text{proc}(\tau) \right] \quad (172)$$

...

$$\text{end proc}, y(\tau) = \text{proc}(\tau) \dots \text{end proc}, \frac{d}{d\tau} y(\tau) = \text{proc}(\tau) \dots \text{end proc} \left]$$

>

$$\begin{aligned} > sol1[2](6.81) \\ & x(\tau)(6.81) = 0.841966159500000 \end{aligned} \quad (173)$$

$$\begin{aligned} > sol1[4](6.81) \\ & y(\tau)(6.81) = 0.441157736300000 \end{aligned} \quad (174)$$

$$\begin{aligned} > sol1[3](6.81) \\ & \left(\frac{d}{d\tau} x(\tau) \right)(6.81) = 0.179530644081552 \end{aligned} \quad (175)$$

$$\begin{aligned} > sol1[5](6.81) \\ & \left(\frac{d}{d\tau} y(\tau) \right)(6.81) = 0.649996346639739 \end{aligned} \quad (176)$$

$$\begin{aligned} > sol1[2](6.79) \\ & x(\tau)(6.79) = 0.838405786993511 \end{aligned} \quad (177)$$

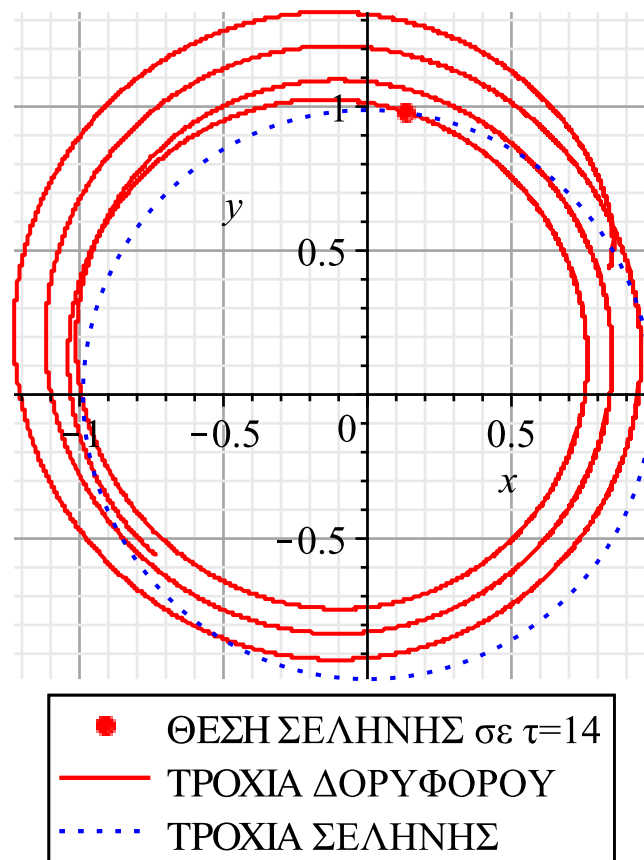
$$\begin{aligned} > sol1[4](6.79) \\ & y(\tau)(6.79) = 0.428783740267598 \end{aligned} \quad (178)$$

$$\begin{aligned} > s\Delta := \text{odeplot}(sol1, [x(\tau), y(\tau)], 6.81..30, \text{color} = \text{red}, \text{numpoints} = 10000, \text{legend} \\ & = \text{"ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ"}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > Lune\Delta := \text{point}([0.987852 \cdot \cos(14), 0.987852 \cdot \sin(14)], \text{symbol} = \text{solidcircle}, \text{symbolsize} \\ & = 15, \text{color} = \text{red}, \text{legend} = \text{"ΘΕΣΗ ΣΕΛΗΝΗΣ σε \tau=14"}) : \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} > \text{display}(s\Delta, TLune, Lune\Delta, \text{scaling} = \text{constrained}, \text{gridlines}, \text{title} \\ & = \text{"Μ Ε Τ Α ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ\h\SΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ"}, \text{titlefont} = [\text{arial}, \text{bold}, 14]) \end{aligned}$$

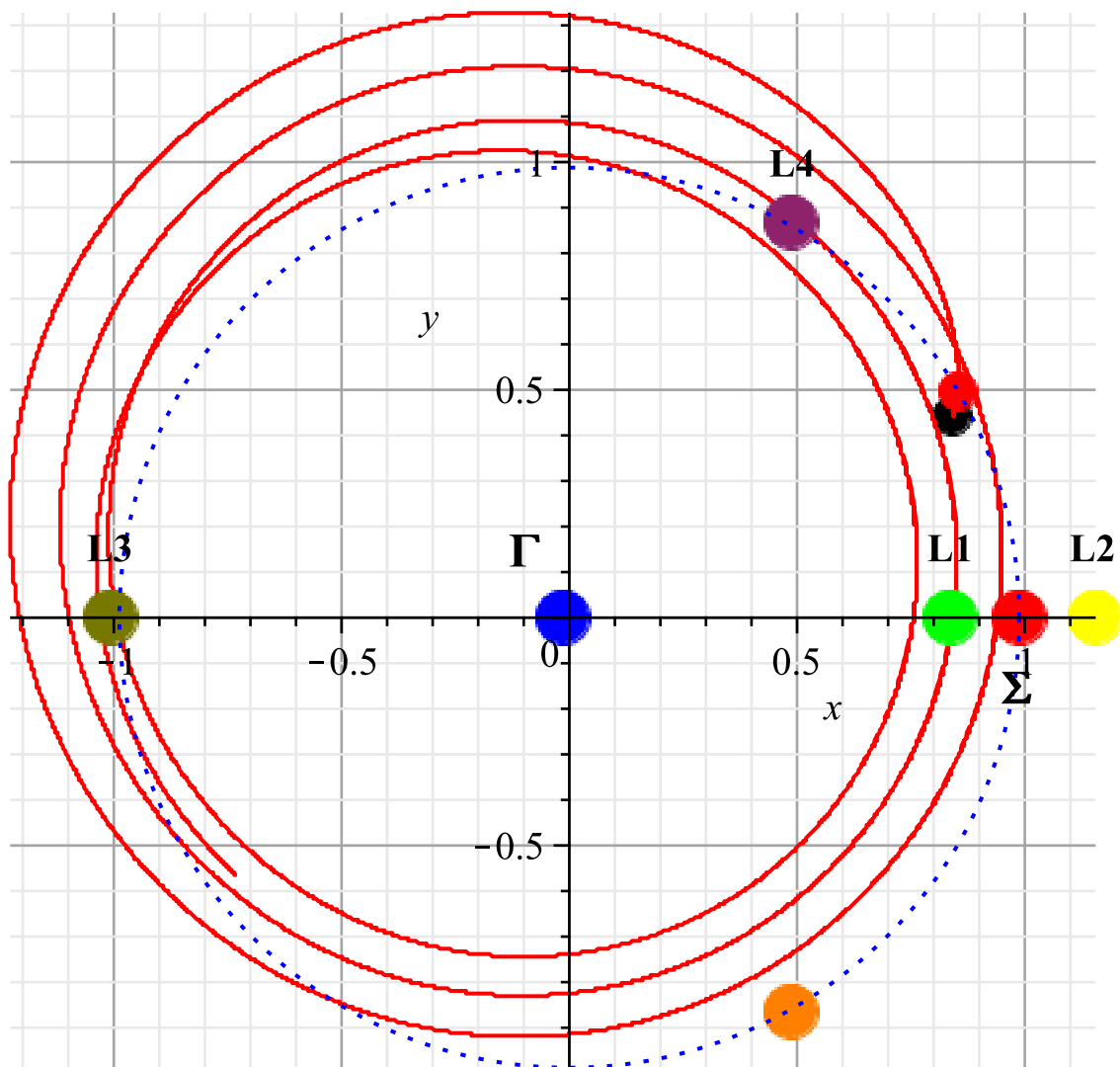
Μ Ε Τ Α ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



ANIMATE (Επαναυπολογίζουμε & Αλλάζουμε κατά
βούληση το βήμα $i : \tau = 0 \dots 14, i \Rightarrow$ p.e. $i=0.2$)

- > $BDor := display(seq(point([rhs(sol1[2](\tau)), rhs(sol1[4](\tau))], color = black, symbol = solidcircle, symbolsize = 20), \tau = 6.81 \dots 30, 1), insequence = true) :$
- > $BLune := display(seq(point([0.987852 \cdot \cos(\tau), 0.987852 \cdot \sin(\tau)], color = red, symbol = solidcircle, symbolsize = 20), \tau = 6.81 \dots 30, 1), insequence = true) :$
- > $display(sA, P, T, BDor, BLune, TLune, gridlines, scaling = constrained, title = "Μ Ε Τ Α \ ANIMATE \n ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ \n ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ", titlefont = [arial, bold, 14])$

Μ Ε Τ Α ΑΝΙΜΑΤΕ
ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΑΔΡΑΝΕΙΑΚΟ
ΣΥΣΤΗΜΑ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



— ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ···· ΤΡΟΧΙΑ ΣΕΛΗΝΗΣ

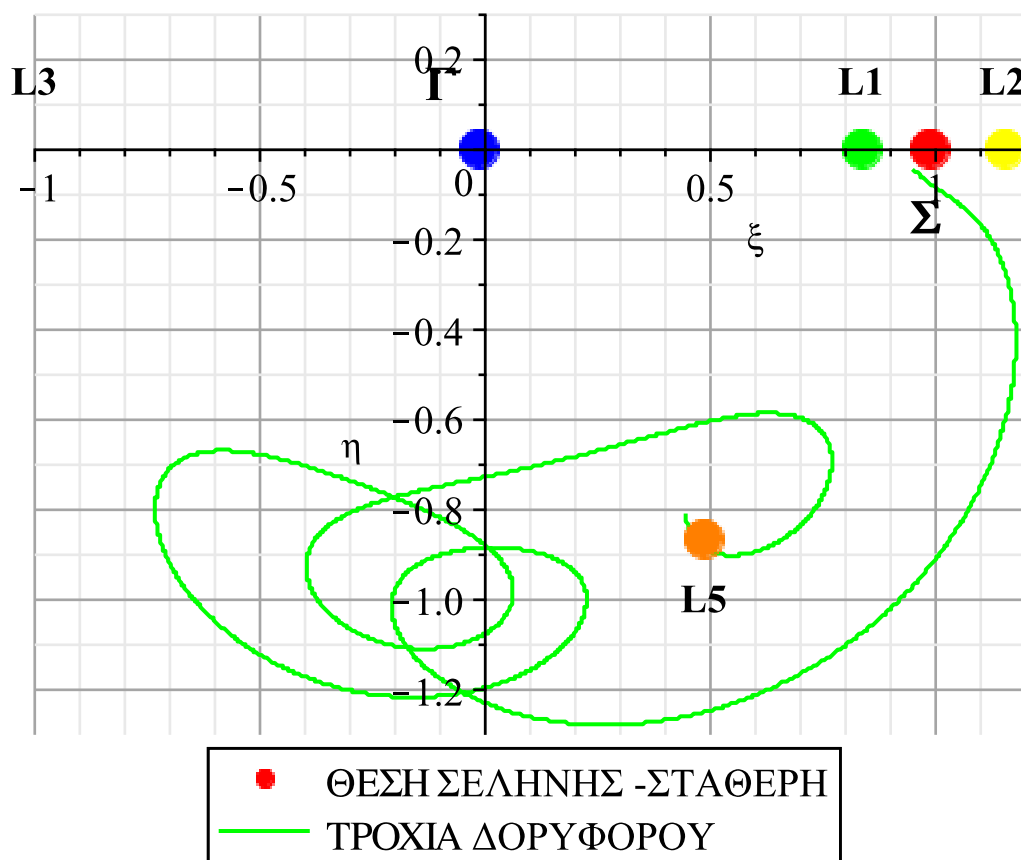
```

>
> ΞΔ := evalf(seq(rhs(sol1[2](τ))·cos(τ) + rhs(sol1[4](τ))·sin(τ), τ = 6.81 ..30,
> 0.01)) :
> ΗΔ := evalf(seq(-rhs(sol1[2](τ))·sin(τ) + rhs(sol1[4](τ))·cos(τ), τ = 6.81 ..30,
> 0.01)) :

```


- > $P\Delta := \text{pointplot}([seq([\Xi\Delta[i], H\Delta[i]], i = 1 .. 2320)], \text{labels} = [\xi, \eta], \text{style} = \text{line}, \text{color} = \text{green}, \text{legend} = \text{"ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ"}) :$
- > $Lune\Delta := \text{point}([0.987852, 0], \text{symbol} = \text{solidcircle}, \text{symbolsize} = 15, \text{color} = \text{red}, \text{legend} = \text{"ΘΕΣΗ ΣΕΛΗΝΗΣ -ΣΤΑΘΕΡΗ"}) :$
- > $\text{display}(P\Delta, Lune\Delta, P, T, \text{gridlines}, \text{scaling} = \text{constrained}, \text{title} = \text{"Μ Ε Τ Α ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ"}, \text{titlefont} = [\text{arial}, \text{bold}, 14]) :$
- > $\text{display}(P\Delta, Lune\Delta, P, T, \text{gridlines}, \text{scaling} = \text{constrained}, \text{title} = \text{"Μ Ε Τ Α ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ"}, \text{titlefont} = [\text{arial}, \text{bold}, 14], \text{view} = [-1 .. 1.2, -1.3 .. 0.3])$

Μ Ε Τ Α ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ



ANIMATE (Επαναυπολογίζουμε & Αλλάζουμε κατά βούληση το βήμα $i : \tau = 0 .. 14, i) \Rightarrow \text{p.e. } i=0.01$

- > $BDor1 := \text{display}(seq(\text{point}([rhs(sol1[2](\tau)) \cdot \cos(\tau) + rhs(sol1[4](\tau)) \cdot \sin(\tau), -rhs(sol1[2](\tau)) \cdot \sin(\tau) + rhs(sol1[4](\tau)) \cdot \cos(\tau)], \text{color} = \text{black}, \text{symbol} = \text{solidcircle}, \text{symbolsize} = 20), \tau = 6.81 .. 30, 1), \text{insequence} = \text{true}) :$
- > $\text{display}(P\Delta, P, T, BDor1, \text{gridlines}, \text{scaling} = \text{constrained}, \text{title} = \text{"Μ Ε Τ Α ANIMATE\nΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ ΣΥΣΤΗΜΑ\nΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ"}, \text{titlefont} = [\text{arial}, \text{bold}, 14], \text{view} = [-1 .. 1.2, -1.3 .. 0.3])$

ΜΕΤΑ ANIMATE
ΤΡΟΧΙΑ ΔΟΡΥΦΟΡΟΥ ΣΤΟ ΠΕΡΙΣΤΡΕΦΟΜΕΝΟ
ΣΥΣΤΗΜΑ
ΣΑΒΒΑΣ Π. ΓΑΒΡΙΗΛΙΔΗΣ

